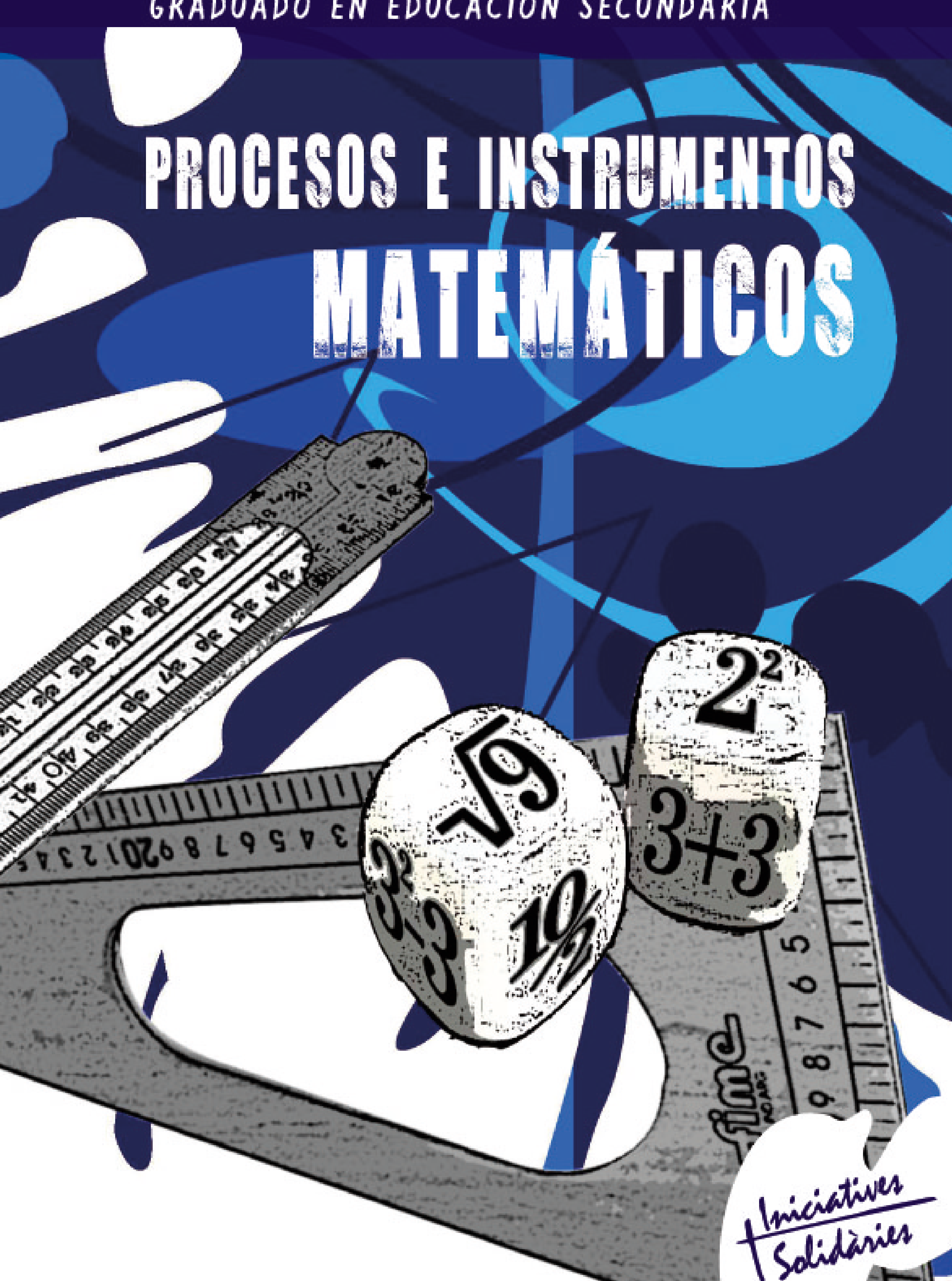
FORMACIÓN PARA PERSONAS ADULTAS
GRADUADO EN EDUCACIÓN SECUNDARIA

PROCESOS E INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS

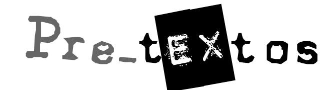


Formación para Personas Adultas
- Graduado en Educación Secundaria -

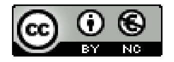
PROCESOS E INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS

Óscar Serrano Gallego

Equipo Psicopedagógico:
Amaia Prieto Marín, Belinda del Camino Moreno Poré, Joan Lluís Pérez i García, Laura Mollà Cambra, Ximo Vila Vilanova.



1º Edición Junio 2012
Titulo: Procesos e Instrumentos Matemáticos.
Autor: Óscar Serrano Gallego.
Equipo psicopedagógico: Amaia Prieto Marín, Belinda del Camino Moreno Poré, Joan Lluís Pérez i García, Laura Mollà Cambra, Ximo Vila Vilanova.
Edita: Iniciatives Solidàries.
C/ J.A. Valero de Palma, 2-Bajo.
46018-Valencia.
Ilustración y maquetación de portada: MalaGe (Laura Granell Jiménez y Mara Pastor Granell).
Imprenta: Tecnigrafic
C/ Cuenca, 138.
46007-Valencia.
Depósito Legal: V-1762-2012



Colabora: Ministerio de Educación, Cultura y Deporte.





Te presentamos el material educativo de **Procesos e Instrumentos Matemáticos** del **Programa de Formación Básica** de la asociación sin ánimo de lucro **Iniciatives Solidàries** que desde 1993 interviene contribuyendo al bienestar social de la comunidad previniendo situaciones de exclusión social y donde la formación integral de las personas es un pilar fundamental. Iniciatives Solidàries fue galardonada por el Ministerio de Educación con el **Primer Premio Miguel Hernández 2010**, dirigido a reconocer la importancia de la eliminación de las desigualdades ante la educación y la supresión de las discriminaciones de los grupos desfavorecidos ante la formación básica; además, en el año 2011 fue **candidatura española a los Premios Internacionales de Alfabetización de la UNESCO 2011.**

En este libro puedes encontrar las orientaciones y los contenidos necesarios para preparar esta asignatura del **Graduado en Educación Secundaria** en Formación para Personas Adultas a través de las Pruebas Libres realizadas en la Comunidad Valenciana, a la vez que son útiles para la preparación de la parte de Científico-Matemática-Tecnológica de las **Prueba de acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio.**
El trabajo con este material nos ayudará a trabajar la **competencia matemática** y nos permitirá desarrollar el **razonamiento matemático**, imprescindible para resolver problemas y relacionarnos con la vida cotidiana y con el mundo laboral. Aprenderemos a operar con **números naturales**, **enteros** y **fraccionarios**; descubriremos el **lenguaje algebraico**, aprenderemos a calcular **medidas de longitud**, **superficie** y **volumen**; y también conoceremos nociones básicas de **estadística** y de **cálculos probabilísticos**.

Este material es el resultado de más de 15 años de experiencias educativas desarrolladas por Iniciatives Solidàries en la **educación para personas adultas** y surge como herramienta didáctica, tanto para el alumnado que prepara sus estudios, como para el profesorado que orienta esta materia. Esperamos que os sea de utilidad.

Desde aquí queremos agradecer los años esfuerzo y dedicación de todas aquellas personas que lo han hecho posible: profesionales, voluntariado, estudiantes en prácticas y alumnado. Sin todos/as vosotros/as no hubiésemos llegado hasta aquí.

El equipo de profesores/as.





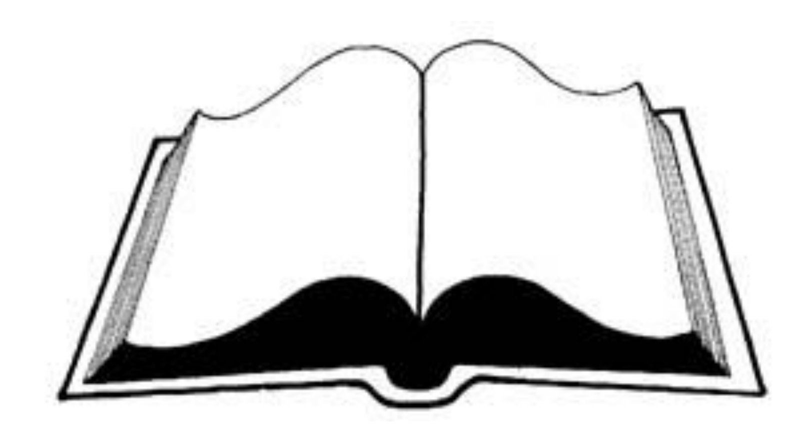



Índice



Comencemos nuestra aventura matemática
leyendo primero la

Guía Didáctica



Guía Didáctica

1. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

Para preparar Procesos e instrumentos matemáticos tienes que tener en cuenta que los contenidos están orientados para preparar los exámenes de **Pruebas Libres de Graduado en E.S.O.** y los de acceso a **Ciclos Formativos de Grado Medio**. De esta manera, tienes que tener en cuenta que el examen de ***Procesos e instrumentos matemáticos (PIM)*** que realizarás (tanto para las pruebas libres como para las pruebas acceso a CFGM) suele tener 5 o 6 ejercicios que irán coincidiendo con los contenidos del temario.

No todos los temas tienen la misma finalidad ni son igual de importantes. Los ejercicios que más suelen preguntar están relacionados con el Tema 4 (sobre el 40% de los ejercicios de examen suelen ser de este tema), luego ya sabemos que es un tema que hay que entender a la perfección para saber hacer todos los ejercicios que nos pongan y así conseguir más puntuación en el examen.

Os dejamos un resumen por temas de los ejercicios de cada tema que han caído en los exámenes de pruebas libres para la obtención del Graduado en ESO:

TEMA	PORCENTAJE DE PRESENCIA EN EXAMEN	Nº preguntas de este tema en todos los exámenes
Tema 1 Los números naturales y las operaciones básicas.	4,5 %	5
Tema 2 Los números enteros.	0 %	0
Tema 3 Fracciones	16,2 %	18
Tema 4 El lenguaje algebraico	41,4 %	46
Tema 5 Medidas de Longitud, superficie y volumen	20, 7 %	23
Tema 6 Estadística	17,1 %	19

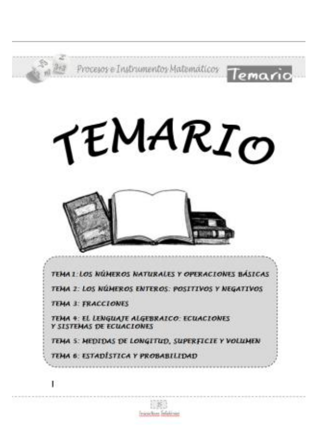
Para que te hagas una idea, desde el 2001 hasta el 2012, en las pruebas libres para la obtención del Graduado en ESO, ha habido 23 exámenes con 116 ejercicios, y de estos ejercicios 46 son del tema 4(que trata sobre las ecuaciones) eso significa que el 41,4% de las preguntas de los exámenes de Pruebas libres están relacionadas con el tema 4. Hay que tener en cuenta que para dominar este tema, tenemos que entender y dominar los temas 1, 2 y 3. Sólo así podremos terminar entendiendo los temas 5 y 6.

2. MATERIALES PARA LA PREPARACIÓN

Los materiales de Procesos e Instrumentos matemáticos están elaborados por *Iniciatives Solidàries* y van orientados a la superación de las Pruebas libres para la obtención del Graduado en ESO y las Pruebas de Acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio.

A) Material para las Pruebas libres para la obtención del Graduado en ESO:

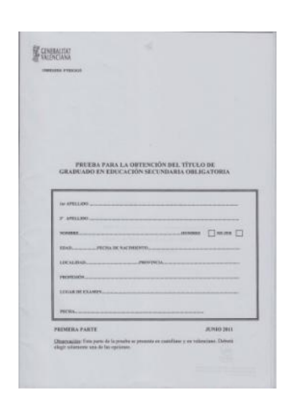
- **Apuntes:** En ellos están los índices, contenidos y actividades necesarias, organizados en 6 temas. En los apuntes aparecen actividades relacionadas con los contenidos a examen. Muchas de las ellas son preguntas de exámenes de años anteriores. Se resuelven después de haber estudiado y sirven para reforzar algunas ideas y, sobre todo, para que compruebes por ti mismo/a si el proceso de estudio seguido es el correcto.



Cuando un contenido o actividad ha caído ya en un examen, o una actividad ha salido en el examen, aparece este icono asociado.



- **Cuaderno de Exámenes de años anteriores:** En Procesos e Instrumentos matemáticos **<u>es muy importante hacer problemas y ejercicios constantemente</u>**; para ello, es muy recomendable realizar los exámenes que han caído en años anteriores, puesto que te ayuda a saber qué preguntan y cómo lo hacen. En este cuaderno están todos los exámenes de Pruebas libres para la obtención del Graduado en ESO que han caído en las convocatorias de junio y octubre desde el 2001 hasta la actualidad.



- **Solucionario de Exámenes anteriores:** Para que no te quedes nunca con la duda acerca de cómo se resuelve un ejercicio y puedas comprobar el resultado de tus exámenes te proporcionamos un solucionario con todos los exámenes resueltos hasta la actualidad.



- **Aula virtual – blog de la asignatura:** En http://gesprocesoseinstrumentosmatematicos.wordpress.com/ encontrarás todos los temas, ejercicios, material extra, links relacionados con el mundo matemático y juegos interactivos relacionados con la asignatura a fin de prepararte mejor la asignatura sin que te sea aburrido.

B) Material para las Pruebas de Acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio:

Se trata del mismo material, solamente cambia el cuaderno de exámenes de años anteriores y el solucionario de exámenes que corresponden a los de prueba de acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio.

Los contenidos son los mismos por lo que este material te servirá de guía para prepararte la parte científico-matemática-técnica de la prueba de acceso a Ciclos Formativos de Grado Medio.

3. DISTRIBUCIÓN DEL TIEMPO

Veamos la programación de un curso en 25 Semanas

Inicio del curso, presentación y valoración inicial del alumnado	*Semanas: 1*
Tema 1 Los números naturales y las operaciones básicas.	*Semanas: 2 y 3*
Tema 2 Los números enteros.	*Semanas: 4,5 y 6*
Tema 3 Fracciones.	*Semanas: 7,8,9 y 10*
Tema 4 El lenguaje algebraico.	*Semanas: 11,12,13,14 y 15*
Tema 5 Medidas de Longitud, superficie y medidas.	*Semanas: 16,17,18 y 19*
Tema 6 Estadística.	*Semanas: 20,21 y 22*
Repaso y Cuaderno de exámenes	*Semanas: 23,24 y 25*

4. RECOMENDACIONES PARA HACER EL EXAMEN

Tanto los exámenes de Pruebas libres para la obtención del Graduado en ESO, como los exámenes de Pruebas de Acceso a Ciclos Formátivos de Grado Medio, se componen de 5 o 6 ejercicios con una puntuación de 2 puntos más o menos cada ejercicio.

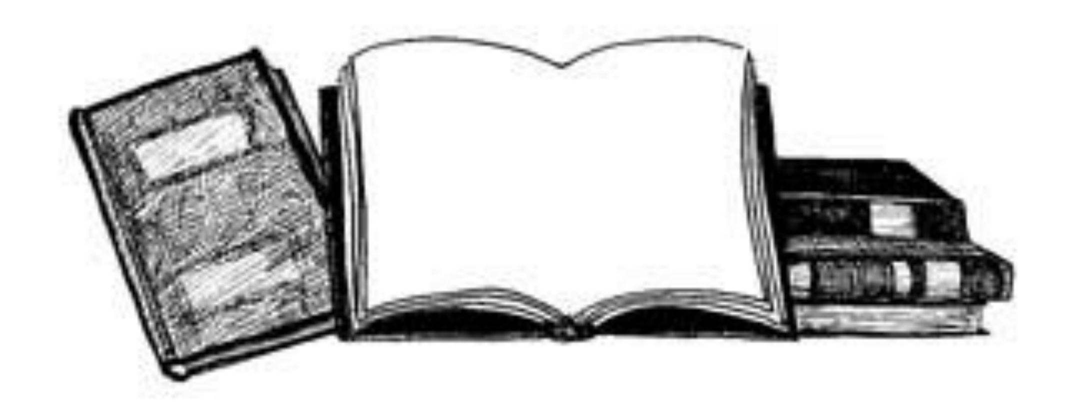
Antes del examen ⟶ Es muy **importante hacer los ejercicios de años anteriores.** Los problemas no serán los mismos pero si serán muy parecidos y la forma de resolverlos será la misma.

Durante el examen

- Intenta **estar relajado durante el examen**, piensa que los ejercicios que te salen son parecidos a los que ya has hecho.
- Haz una **lectura general de todo el examen** y comienza por los ejercicios/problemas que sepas hacer.
- **Lee los enunciados de los problemas al menos 3 veces**. A veces pensamos que son más complicados de lo que realmente son.
- Después de leer un problema, **anota los datos** en el margen derecho, escribiendo que es lo que te piden.
- Tomate tu tiempo para pensar los problemas y si no te sale nada vuélvelo a leer despacio.
- Intenta **hacer todos los ejercicios y problemas**. Date cuenta que cada ejercicio vale 2 puntos y si te dejas ejercicios tendrás menos probabilidades de aprobar.
- **La clave para aprobar *Procesos e Instrumentos matemáticos* es haber hecho muchos exámenes de años anteriores.** Piensa que si sabes hacer los ejercicios de los exámenes de años anteriores, sabrás hacer los ejercicios que te planteen en el examen.


FIN

TEMARIO



TEMA1: LOS NÚMEROS NATURALES Y OPERACIONES BÁSICAS

1. ¿Qué son los números naturales?
2. ¿Qué operaciones básicas conocemos? Problemas
3. ¿Qué son los múltiplos y divisores de un número?
4. ¿Cómo podemos descomponer un número?
5. ¿Qué es el mínimo común múltiplo (mcm)?
6. ¿Qué es el Máximo Común Divisor (MCD)?

TEMA 2: LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS

1. ¿Qué son los números enteros?
2. ¿Cómo se representan los números enteros?
3. ¿Cómo operamos con números enteros?
4. ¿Qué operación se realiza antes?

TEMA 3: FRACCIONES

1. ¿Qué son las fracciones?
2. Cálculos aplicados. Regla de tres y porcentajes.
3. ¿Cómo calcular una fracción equivalente? ¿cómo simplificar?
4. ¿Cómo se operan las fracciones?
5. ¿Cómo resolver problemas?

TEMA 4: EL LENGUAJE ALGEBRAICO: ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

1. ¿Qué es el lenguaje algebraico?
2. ¿Qué son las ecuaciones?
3. ¿Qué son los sistemas de ecuaciones?
4. Resolviendo problemas.

TEMA 5: MEDIDAS DE LONGITUD, SUPERFICIE Y VOLUMEN

1. ¿Qué son las medidas de longitud, superficie y volumen?
2. ¿Cómo cambiar las unidades de medida?
3. ¿Cómo hallar el perímetro?
4. ¿Cómo hallar el área?
5. ¿Cómo hallar el volumen?

TEMA 6: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD

1. ¿Qué es la estadística?
2. ¿Cómo organizamos los datos?
3. ¿Cómo representamos los gráficos?
4. ¿Qué es la probabilidad?



LOS NÚMEROS NATURALES Y OPERACIONES BÁSICAS

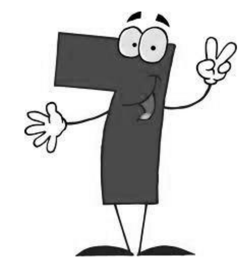
1. ¿Qué son los números naturales?
2. ¿Qué operaciones básicas conocemos? Problemas:
   - Suma
   - Resta
   - Multiplicación
   - División
3. ¿Qué son los múltiplos y divisores de un número?
4. ¿Cómo podemos descomponer un número?
   - factorización de un número.
5. ¿Qué es el mínimo común múltiplo (mcm)?
6. ¿Qué es el Máximo Común Divisor (MCD)?













1. ¿Qué son los números naturales?



Los números naturales son los números que usamos normalmente cuando hablamos de dinero, de personas, cuando vamos a comprar... Son todos los que conocemos, el 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 0 y además todas las combinaciones entre ellos, como por ejemplo 12, 45, 658, 1285... y así sucesivamente.

Por eso es importante saber descomponer los números. Es muy fácil, fíjate en estos ejemplos:

24→ lo podemos descomponer en 4 unidades y 2 decenas.
168→ lo podemos descomponer en 8 unidades, 6 decenas y 1 centena.
2548→ lo podemos descomponer en 8 unidades, 4 decenas, 5 centenas y 2 unidades de mil.

Vamos a ver otro ejemplo. El número **3124** lo descomponemos en:

UNIDADES DE MIL	CENTENAS	DECENAS	UNIDADES
3	1	2	4

Así tendremos:

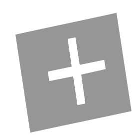
- ⇨ 3 unidades de mil, o lo que es lo mismo, 3000. También 3 x 1000 unidades.
- ⇨ 1 centena, o lo que es lo mismo, 100. También 1x 100 unidades.
- ⇨ 2 decenas, o lo que es lo mismo, 20. También 2 x 10 unidades.
- ⇨ 4 unidades, o lo que es lo mismo, 4. también 4 x 1unidad.

Entonces decir **3124** es lo mismo que decir **3000 +100 + 20 + 4**

Por lo tanto, hay que tener en cuenta lo siguiente:
- ❑ El número más bajo siempre es la unidad. En nuestro ejemplo el 4.
- ❑ Las decenas son diez veces la unidad. En nuestro ejemplo el 2.
- ❑ Las centenas son cien veces la unidad. En nuestro ejemplo el 1.
- ❑ Las unidades de mil son mil veces la unidad. En nuestro ejemplo el 3.

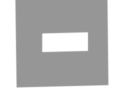
2. ¿Qué operaciones básicas conocemos?

Con los números naturales que ya conocemos podemos realizar una serie de operaciones que son la suma, la resta, la multiplicación y la división.



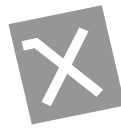
La **suma** es el agregado de cosas, es una operación que permite añadir una cantidad a otra:

1	20	83569	446,23
+1	+80	+ 32894	+ 6,40
2	100	116463	452,63



La **resta**, dada una cantidad, se elimina una parte de ella y se obtiene un resultado. Se trata de disminuir o rebajar.

2	80	83569	446,23
-1	- 20	- 32894	- 6,40
1	60	50675	439,83



La **multiplicación** consiste en sumar repetidamente la primera cantidad, tantas veces como indica la segunda. Así, 4 x 3 = 4 + 4 + 4 = 12

12	49264	3456
x 5	x 32	x 3,2
60	98528	6912
	147792	10368
	1576448	11059,2



Para multiplicar dos números decimales lo haremos como si fueran números enteros y al resultado le pondremos tantas cifras decimales como tengan en total todos los números que hemos multiplicado



La **división** es una operación inversa a la multiplicación, su sentido es repartir. Consiste en averiguar cuántas veces se puede repartir un número en otro número. 12: 2 = cuántas veces se puede repartir el número 12, entre 2, que sería 6 veces.

```
24 |12      47852 |12       45,6 |12
04  12      07     23926    05    22,8
 0/          18              16
              05              0/
               12
                 0/
```



Para dividir un número decimal por un número entero se realiza como si fueran ambos números enteros; la coma se coloca en el cociente en el momento de bajar la primera cifra decimal del dividendo

1. Una señora se va a comprar y lleva en la cartera 75 euros, y compra 3 Kg. de cacahuetes que cuestan 4 euros/Kg, y un libro que cuesta 12 euros. ¿Cuánto dinero le sobrará en la cartera después de la compra?

2. ¿Cuantos meses hay en 9 años? ¿Y cuántos hay en 18 años?

3. Pedro quiere repartir 168 monedas entre 8 niños, ¿cuántas monedas tendrá cada niño?

4. Hay en clase 7 paquetes de 25 cuadernos. Hemos gastado 67 cuadernos, ¿cuántos quedan?

3. ¿Qué son los múltiplos y divisores de número?

Recuerda que dividir significa repartir una cantidad en partes iguales. Si la división es exacta (o sea, si el resto es 0, no sobra nada) se cumple que:

DIVIDENDO ← 66 | 2 → DIVISOR

06 | 33 → COCIENTE

0/

Dividendo = Divisor x Cociente

66 = 2 x 33
66 = 66

Pues para calcular los **múltiplos** de un número sólo tendremos que multiplicar ese número x 1, x 2, x 3, x 4, x 5, x 6…….. Cada resultado será un múltiplo de ese número. Vamos a ver un ejemplo:

Múltiplos de 3 ⇨**3** (3 x 1)
⇨**6** (3 x 2)
⇨**9** (3 x 3)
⇨…

Múltiplos de 4 ⇨**4** (4 x 1)
⇨**8** (4 x 2)
⇨**12** (4 x 3)
⇨…

En el caso de los **divisores** es también muy sencillo. Son los números por el que se puede dividir un número de manera exacta:

Divisores de 12 ⇨ **12** (12: 12 = 1)
⇨ **6** (12: 6 = 2)
⇨ **4** (12: 4 = 3)
⇨ **3** (12: 3 = 4)
⇨ **2** (12: 2 = 6)
⇨ **1** (12: 1 = 12)

5. Escribe cinco múltiplos de los siguientes números:

5 ⇨
18 ⇨
20 ⇨
11 ⇨
7 ⇨

6. Escribe todos los divisores de los siguientes números:

8 ⇨
18 ⇨
36 ⇨
15 ⇨
48 ⇨

❑ ¿QUÉ SON LOS NÚMEROS PRIMOS?

Son aquellos números cuyos divisores son ellos mismos y el número uno:

Divisores de 13 ⇨ 13 (13 : 13 = 1)
⇨ 1 (13 : 1 = 13)

Número primo

Ejemplos: el 1, el 2, el 3, el 5, el 7, el 11, el 13, el 17...



RECUERDA QUE…

Todos los números son divisibles por sí mismos y por el número 1.

✎ 7. En un supermercado solo se venden los yogures en bloques de 4 unidades. Escribe la sucesión formada por el número posible de yogures que se pueden comprar.

4,……..,……..,……..,……..,……,……..,……..,……..

✎ 8. ¿De cuentas formas podemos colocar en filas y columnas los 30 alumnos de una clase?

Filas	1							
Columnas	30							

4. ¿Cómo podemos descomponer un número?

También se le llama descomposición factorial. Se trata de dividir un número entre todos los números primos que se pueda y después expresarlos (los n^os primos o factores) en forma de multiplicación.



RECUERDA QUE…

Los números primos son aquellos que sólo tienen como divisores él mismo y el 1. Ejemplos:
El 1, el 2, el 3, el 5, el 7, el 11, el 13, el 17…

Intentemos comprenderlo con un ejemplo:



Tenemos el número 24, que debemos factorizar. A su lado dibujamos una raya. A la derecha de la raya escribiremos el número primo por el que podemos dividirlo, y el resultado lo escribiremos en la parte izquierda. Con este resultado volveremos a hacer lo mismo hasta que tengamos como resultado el número 1, ya que no se puede descomponer más:

24	2
12	2
6	2
3	3
1	

Una vez descompuesto el número, hay que rescribirlo. Ahora tenemos que expresar el número en factores primos. Se haría de la siguiente manera:

$24 = 2^3 \times 3$

✎9. Factoriza los siguientes números: 30, 56 y 72:

✎10. Factoriza los siguientes números:

18=

36=

54=

95=

125=

72=



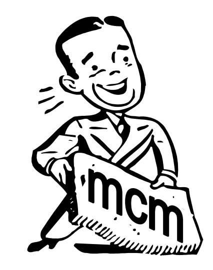
RECUERDA QUE…

2^{10} ← Potencia ← Base

Las potencias expresan un número multiplicado por sí mismo, donde **la base es el número** y **el exponente** es el número de veces que se repite.

5. ¿Qué es el mínimo común múltiplo (mcm)?

Para comprender el mínimo común múltiplo es importante recordar y tener claros estos conceptos:



- **Exponente:** número que dice cuantas veces se multiplica otro número por sí mismo. *Ej:* $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$.
- **Números primos:** son aquellos números que solo tienen como divisores él mismo y el 1.
- **Descomposición de un número:** descomponer un número expresándolo como una multiplicación de números primos. *Ej:* $24 = 2^3 \times 3$.



El **mínimo común múltiplo** (m.c.m.) de varios números es resultado de la multiplicación de los factores primos comunes y no comunes elevados al mayor exponente que aparecen en la descomposición factorial.

Vamos verlo mejor con un ejemplo: hallar el m.c.m de 18 y 20.

1. Descomponemos los números. Ej:

18 = $\mathbf{2 \times 3^2}$ **20** = $\mathbf{2^2 \times 5}$

18	**2**
9	**3**
3	**3**
1	

20	**2**
10	**2**
5	**5**
1	

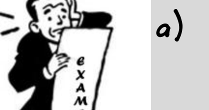


2. Señalamos los números que no se repitan en las descomposiciones, y de los que se repitan señalamos los mayores.

18 = $\mathbf{2 \times 3^2}$
20 = $\mathbf{2^2 \times 5}$

3. Multiplicamos todos estos números y el resultado es el m.c.m.

m.c.m. = $3^2 \times 2^2 \times 5 = (3 \times 3) \times (2 \times 2) \times 5 =$
$9 \times 4 \times 5 =$ **180**



11. Calcula el mínimo común múltiplo de:

a) 36 y 38

b) 55, 33 y 11

c) 45, 25 ,60

6. ¿Qué es el Máximo Común Divisor (MCD)?



El **Máximo Común Divisor** (M.C.D) de varios números es la multiplicación de los factores primos comunes a todos, elevados cada uno al menor de los exponentes con que aparecen en su descomposición.

Vamos verlo con un ejemplo: hallar el M.C.D de 18 y 20.

1. Descomponemos los números. Ej:



18 = 2 x 3^2 **20 = 2^2 x 5**

18	2
9	3
3	3
1	

20	2
10	2
5	5
1	

2. Señalamos los números que se repitan en las descomposiciones, y de los que se repitan señalamos los más pequeños.

18 = 2 x 3^2
20 = 2^2 x 5

3. Multiplicamos todos estos números y el resultado es el M.C.D

M.C.D = 2



12. Calcula el Máximo Común Divisor de:

a) 8 y 48 b) 30 y 45 c)12 y 45

13. Una pareja que trabaja como ATS tiene guardias nocturnas. Él cada 8 días y ella cada 10. Si coinciden el 1 de enero haciendo guardia ¿cuánto tardarán en coincidir de nuevo?, ¿cuántas veces al año les toca guardia a la vez y tienen que contratar a una persona para que cuide a sus hijas?

14. Tenemos dos cuerdas, una de 12m. y la otra de 8m. ¿Cómo las dividiremos de modo que los trozos de una sean de igual longitud que los de otra y lo más largos posibles?



RECUERDA QUE… La forma de diferenciar los problemas de mínimo común múltiplo (m.c.m.) y de máximo común divisor (m.c.d) es que:

- ⇨Si el problema busca **repetir o multiplicar** será un problema de **m.c.m.**
- ⇨Si el problema busca **repartir o dividir** será un problema de **M.C.D.**



LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS

1. ¿Qué son los números enteros?
2. ¿Cómo se representan los números enteros?
3. ¿Cómo operamos con números enteros?

Suma.
Resta.
Multiplicación.
División.
Potencia.

4. ¿Qué operación se realiza antes?



1. ¿Qué son los números enteros?



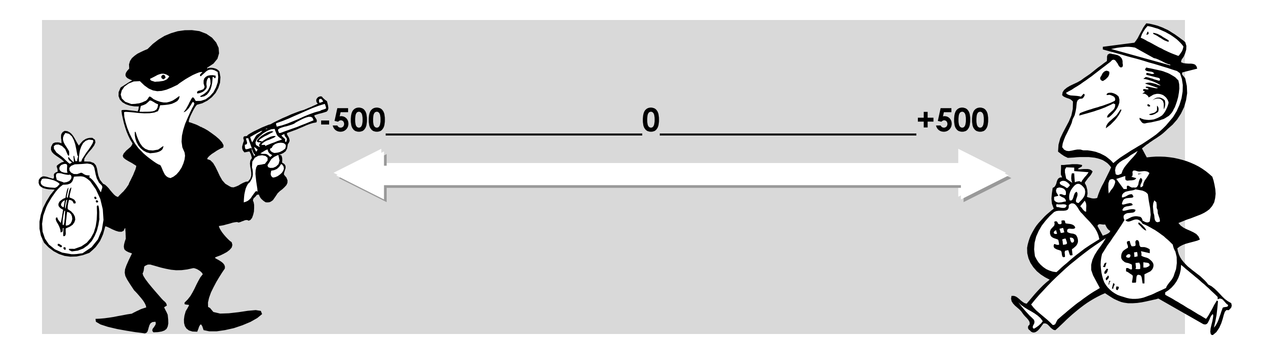
Si nos imaginamos el Monte Everest (que es el lugar más alto de la tierra) y las fosas de las Marianas (que son el lugar más profundo de la corteza terrestre) observamos que el Monte Everest sobresale del nivel del mar y las fosas Marianas se quedan muy por debajo. Así pues, al nivel del mar lo llamaremos punto 0.

Con las temperaturas ocurre lo mismo. En Rusia en invierno soportan temperaturas de hasta -40 grados y en Sevilla en verano hace unos 40 grados de calor. El punto medio sería el 0. Estos ejemplos nos sirven para comprender todo lo que vamos a explicar a continuación.

Los números naturales en este tema se nos quedan cortos. Por eso vamos a trabajar con los **números enteros** que poseen dos signos: **positivo (+) y negativo (-).** Esto quiere decir que cada número posee uno exactamente igual en sentido opuesto. Por ejemplo:



Si vamos al banco e ingresamos 500 euros en nuestra cartilla, nuestro saldo habrá aumentado 500 euros. Esto es un número positivo.
Si por el contrario tienen que cobrarse el seguro del coche, nos cobrarán 500 euros. En nuestro saldo aparecerá como -500 euros. Esto es un número negativo. Si observamos, uno es el opuesto del otro y en medio se encontraría el 0,a la misma distancia de los dos:

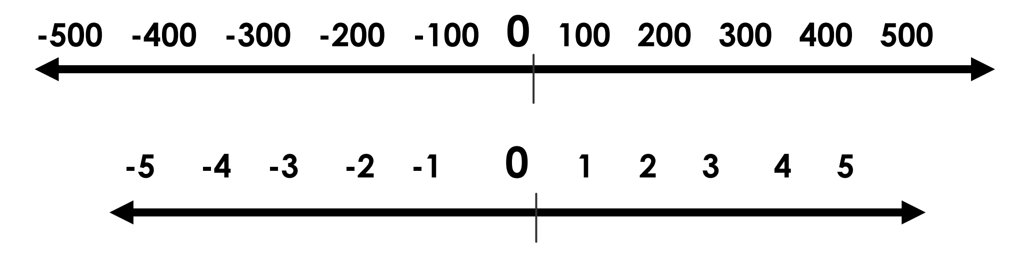


En los dos casos vemos que la cifra es igual, 500. A ese número, si no hacemos caso del signo, le llamaremos, **VALOR ABSOLUTO**. Y lo vamos a expresar de la siguiente manera:

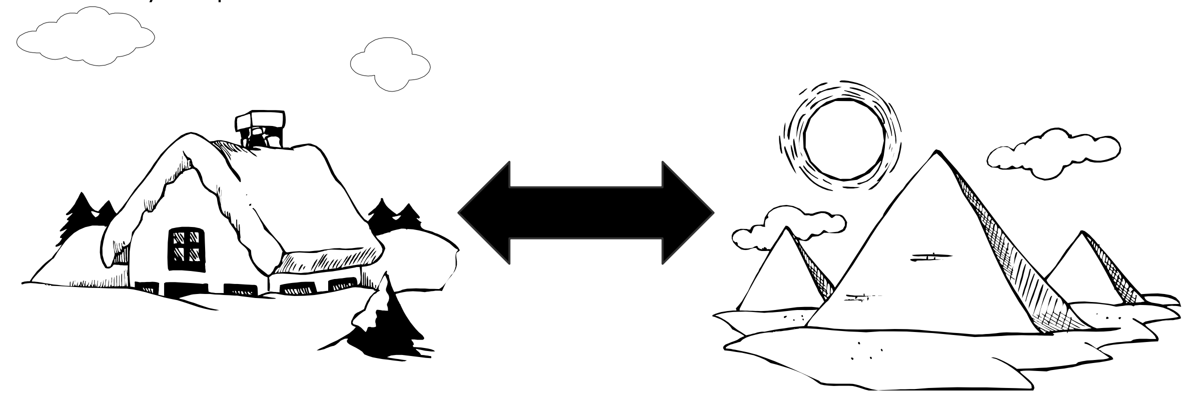
El valor absoluto de - 500 y + 500 = **/500/**

2. ¿Cómo se representan los números enteros?

Los números se representan gráficamente puestos en una línea recta, poniendo en algún lugar el 0 (el origen de referencia). Cuando elegimos el tipo de medida que vamos a situar (de 1 en 1, de 2 en 2, de 100 en 100), colocamos los positivos a la derecha y los negativos a la izquierda. Lo mismo que hemos visto en el ejemplo de los 500 euros.



Estaremos todos de acuerdo en que 1 es menor que 2. Del mismo modo -1 es mayor que -2.



Ejemplo:
Elegimos como unidad de medida 1º, así obtendríamos la siguiente escala:

-3º, -2º, -1º, 0º, 1º, 2º, 3º.

En este caso estaríamos midiendo temperatura, por lo tanto, el calor. Hace más calor con 2 grados que con 1. También hace menos calor con -2 grados que con -1 grado. Esto lo expresamos de la siguiente forma:

$2 > 1$ y $-2 < -1$.



RECUERDA QUE…
La boca del signo > < siempre apunta al número más grande.

1. Escribe el signo mayor o menor entre los siguientes pares de números:

-4 -3	0 - 7	-13 -27	3 1	0 -1
-7 -8	-2 0	-87 3	-9 -5	-6 -12

2. Escribe 5 números que sean menores que -8 y otros 5 números mayores que -5. Represéntalos gráficamente en una línea recta:

____________________________0____________________________

3. ¿Cómo operamos con números enteros?

Sumar, restar, multiplicar o dividir, no es muy diferente de hacerlo como todos sabemos. Pero debemos conocer una serie reglas:

SUMA Y RESTA.

Cuando la suma o la resta tienen:

- **Mismo signo:** se <u>suman</u> sus valores absolutos y se deja el mismo signo.

Ejemplo: **5 + 2 = 7** **- 3 -2 = -3 + (- 2) = - 5**

- **Diferente signo:** se <u>restan</u> sus valores absolutos y se deja el signo del mayor.

Ejemplo: **- 4 + 6 = 2** **3 - 8 = 3 + (-8) = 5**



RECUERDA QUE ...

⇨Cuando un número no lleva ningún signo delante, es positivo:

32 = + 32 **698 = + 698**

⇨El signo – delante de otro signo – hace que este se convierta en un signo positivo.

3. Calcula:

a) (-5) + (-4) =

b) 6 - 4 =

c) 8 - 12 =

d) 25 - (-15)=

4. Calcula:

a) (-24) – (-15 + 3)=

b) 16 – (-3 -2)=

c) -52- (-12)=

d) 8 – (+12) =

e) (-6)-(6+5)=

5. Pitágoras nació en el año 580 a.C. y Newton en el año 1.643 d.C. Si se cree que Pitágoras murió a los 83 años de edad ¿cuántos años trascurrieron desde que murió Pitágoras hasta que nació Newton?

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN



Cuándo la multiplicación y la división tienen:

❍ **Mismo signo:** resultado positivo (+)

Ejemplo:

4 x 5 = 20

(-8) x (-2) =16

20 ÷ 10 = 2

(-12) ÷ (-4) = 3

❍ **Diferente signo:** resultado negativo (-)

Ejemplo:

5 x (-3) = -15

-4 x 7 = -28

8 ÷(-2) = -4

-16 ÷ 4 = -4

Ley de los signos

+ · + = +

+ · – = –

– · – = +

– · + = –

+ ÷ + = +

+ ÷ – = –

– ÷ – = +

– ÷ + = –



RECUERDA QUE …

- El signo **x** es el mismo que · (multiplicación).
- Cuando no se pone nada delante de un paréntesis, se supone que ese número está multiplicando:
  $32\,(8 + 16) = 32 \cdot (24) = 768$

6. Calcula:

a) $12 \cdot 3 =$

b) $(-10) \cdot (-10)=$

c) $8 \cdot (-5) =$

d) $(-14) \cdot 13 =$

e) $6 \cdot (-2)=$

f) $(-8) \cdot (-5)=$

g) $6 \cdot 3 =$

h) $(-5) \cdot (-6) =$

7. En una ciudad va bajando la temperatura durante la noche 1 grado cada hora. Si en ese momento marca 0 grados:

a.- ¿Qué temperatura marcaba hace 4 horas?

b.- ¿Qué temperatura marcará dentro de 2 horas?

8. Realiza las siguientes divisiones:

a) $15 : (-3)=$

b) $(-18) : (-3)=$

c) $(-3) : (-3)=$

d) $(-12) : 6 =$

PROPIEDAD DISTRIBUTIVA:

Significa que si multiplicamos un número por otros dos que están sumando o restando, este número multiplicará a los dos números que se suman o se restan:

$\mathbf{3} \cdot (\mathbf{9} - \mathbf{2}) = \mathbf{3} \cdot \mathbf{9} + \mathbf{3} \cdot (-\mathbf{2}) = 27 + (-6) = 27 - 6 = \mathbf{21}$

9. Efectúa las siguientes operaciones utilizando la propiedad distributiva:

a) $(12 + 4) \cdot 7 =$

b) $32 \cdot (8 + 16) =$

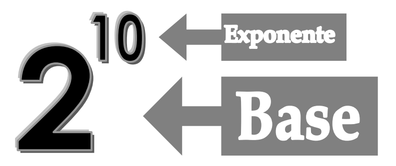
c) $(10 - 9) \cdot 5 =$

d) $(6 + 9) \cdot 3 =$

POTENCIA



Recuerda:



$2^{10} = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 1.024$

La potencia es una operación que nos indica cuantas veces esta multiplicado un número por sí mismo. Es la operación contraria a la raíz cuadrada. Esta misma operación también se puede realizar con números enteros (positivos y negativos). Veamos cómo:

$\mathbf{(-2)^{10}} = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +1.024$

Existe un truco para saber el signo del resultado final:
- Si el exponente es **par** = positivo (+)
- Si el exponente es **impar** = negativo (-).

Observa:

$\mathbf{(-2)^5} = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -32$ $\mathbf{(-2)^4} = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = +16$

10. Calcula:

a) $(-7)^3=$

b) $-(5)^3=$

c) $(-3)^3=$

d) $-(-2)^3=$

e) $(-3)^4=$

f) $(-12)^2=$

Las potencias también se pueden multiplicar, dividir, sumar y restar. Vamos a ver primero cómo se hace cuando la base de los dos números es la misma.

MISMA BASE: podemos encontrar:

MULTIPLICACIÓN: Se deja como base lo mismo y se suman los exponentes. Ej: $3^4 \cdot 3^5 = 3^{4+5} = 3^9$

DIVISIÓN: Se deja como base el mismo número y se restan los exponentes. Ej: $3^6 : 3^4 = 3^{6-4} = 3^2$

DIFERENTE BASE: podemos encontrar:

MULTIPLICACIÓN: Se multiplican las dos bases y se deja igual el exponente. Ej: $2^5 \cdot 3^5 = (2 \cdot 3)^5 = 6^5$

También se puede hacer al revés: $(2 \cdot 3)^5 = 2^5 \cdot 3^5$

DIVISIÓN: Se dividen las dos bases y se deja igual el exponente.
Ej: $8^5 : 2^5 = (8:2)^5 = 4^5$

POTENCIA DE UNA POTENCIA:

Se deja como base el mismo número y como exponente la multiplicación de los dos exponentes.

$$((-2)^3)^4 = (-2)^{3 \cdot 4} = (-2)^{12}$$



Recuerda que ...

Cualquier número elevado a 0 es igual a 1
Cualquier número elevado a 1 es ese mismo número

11. Efectúa:

a) $2^3 \cdot 2^5 =$

b) $(-5)^4 \cdot (-5)^7 =$

c) $(-3)^5 : (-3)^4 =$

d) $(-7)^5 : (-7)^3 =$

e) $((2)^3)^5 \cdot 2^4 =$

f) $((2)^2)^9 =$

g) $(4^1) =$

h) $(-2)^3 \cdot (-2)^5 =$

i) $3^5 \cdot 3^7 =$

j) $8^5 : 8^5 =$

k) $((-2)^2)^5 =$

l) $39^0 =$

4. ¿Qué operación se realiza antes?

En la vida real se nos van a presentar todas estas operaciones matemáticas mezcladas, como por ejemplo en los inventarios de grandes almacenes, en los ingresos, gastos... Es importante para esto que conozcamos el orden que deben seguir las operaciones.



1. Las potencias: (2^5)
2. La multiplicación y la división: (x) (:)
3. Las sumas y las restas: (+) (-)





Ejemplo:

$-3 + 2 \cdot 5^2 =$

*Primero realizamos la potencia 5^2, que nos da **25**.*

$-3 + 2 \cdot \mathbf{5^2} = -3 + 2 \cdot \mathbf{25} =$

*Después la multiplicación $25 \cdot 2$, que nos da **50**.*

$-3 + 2 \cdot 5^2 = -3 + \mathbf{2 \cdot 25} = -3 + \mathbf{50} =$

*Por último la suma -3+50. El resultado sería **47**.*

$-3 + 2 \cdot 5^2 = -3 + 2 \cdot 25 = \mathbf{-3 + 50} = \mathbf{47}$

RECUERDA QUE ...

Los paréntesis es lo primero que hemos de realizar, teniendo en cuenta la prioridad de las operaciones.

12. Indica si son iguales, mayores o menores los siguientes números:

a) -7 -8
b) -2 0
c) 0 5
d) -6 -12
e) -51 -3
f) -3 1

13. Realiza las siguientes sumas y restas de números enteros:

a) 5 + 4 + (-9) -5 + 3 + (-2) - (-4) =

b) 6 + 2 + 1 – 8 – 1 + (-5) + (-2) - (-4) =

14.-Calcula las siguientes operaciones:

a) $-15 + 7 - (-8) + (-9) =$

g) $-12 \cdot (-4) =$

b) $12 + (-10) - 5 - (-21) =$

h) $2 \cdot (-3 + 1) =$

c) $-(-8) + 12 + (-5) - 3 =$

i) $-1 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-5) =$

d) $-(-6) - (6 + 3) =$

j) $-3 \cdot (-5 + 2) =$

e) $1 - (-7 + 4) + (-2) =$

k) $-4 \cdot (-3) \cdot (-5) =$

f) $-12 - (-8 + 4 - 5) + (-1) =$

l) $-2 \cdot 3 (-5) =$

15.- Calcula los siguientes cocientes:

a) $15 : (-3) =$

c) $(-10 + 2) : (-2) =$

e) $-30 : (-7 + 10) =$

b) $-3 : 3 =$

d) $-12 : 4 =$

f) $-(-15) : (-5) =$

16.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $-(-8 \cdot 5 (-9)) : 12 =$

e) $(-18) : 3 \cdot (-2) =$

b) $(-4 \cdot (-2) \cdot 7) : (-14) =$

f) $(-18) : (3 \cdot (-2)) =$

c) $-(-2) \cdot 5 \cdot (-12) : (-4) =$

17.- Mónica parte en ascensor desde la planta cero de su edificio. El ascensor sube 5 plantas, después baja 3, sube 5, baja 8, sube 10, sube 5 y baja 6. ¿En qué planta está?

18.- Juan debe 40 euros a un taller por la reparación de su moto. Si abona 35 euros, ¿cuánto debe?

19.- En una estación de esquí el termómetro marcaba 14º bajo cero a las 8 de la mañana; al mediodía la temperatura había subido 10 grados y a las 19.00 había bajado 5 grados respecto al mediodía. ¿Cuál era la temperatura a esa hora?



FRACCIONES

1. ¿Qué son las fracciones?
2. Cálculos aplicados:
   - Regla de tres y porcentajes
3. ¿Cómo calcular una fracción equivalente? ¿Cómo simplificar?
4. ¿Cómo se operan las fracciones?
   - Suma.
   - Resta.
   - Multiplicación.
   - División.
   - Potencia.
   - Comparación de fracciones
5. ¿Cómo resolver problemas?





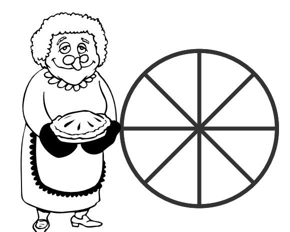

1. ¿Qué son las fracciones?

Una fracción es la representación de un reparto y la utilizamos comúnmente más de lo que parece, por ejemplo: en el supermercado, cuando compramos medio kilo de carne; cuando pedimos un tercio de cerveza o cuando compramos un décimo de lotería en Navidad…, en todos estos casos, utilizamos fracciones.
Los términos de la fracción se llaman:

1 → NUMERADOR
2 → DENOMINADOR

Las fracciones pueden tener diferentes significados y tener varias aplicaciones, se pueden utilizar para:

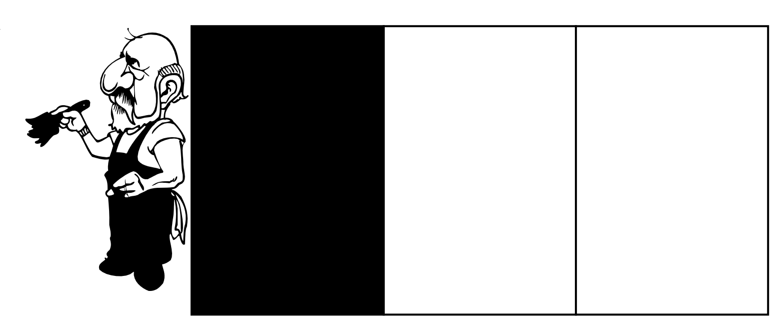
REPARTIR



Si queremos repartir una tarta con 8 trozos entre 2 personas lo expresaríamos de la siguiente manera 8/2. Si realizamos la división nos daría que a cada persona le corresponden 4 trozos.

FRACCIONAR O DIVIDIR

Imaginad que un pintor coge una pared y pinta una tercera parte (1/3), esto quiere decir que ha tomado la pared (que es la unidad (1)) y la ha dividido en tres partes, de las que ha pintado una. Ha pintado un tercio de pared.



REPRESENTAR UNA RELACIÓN O RAZÓN



Se puede representar la relación o "razón" que existe entre dos cantidades. Así, por ejemplo, si para hacer un determinado pastel necesitamos 6 huevos por cada kg de harina, la relación existente entre la harina y los huevos se expresaría de la siguiente forma: 1/6.

2. Cálculos aplicados: Regla de tres y porcentajes

1. Hallar las partes de un número

En ocasiones nos podrán preguntar como hallar una fracción de un número. Veamos un ejemplo:

¿Cuánto son las 2/3 partes de 600 euros?

$$\frac{2}{3} \text{ de } 600 \longrightarrow \frac{2}{3} \times 600 = \frac{2 \cdot 600}{3} = \frac{1200}{3} = 400 \text{ euros}$$

Multiplicamos el 2 por la cantidad (600) y el resultado se divide entre 3. El resultado es 400 euros.

2. Hallar el tanto por cien de un número (porcentajes)



A veces, en algunos problemas nos pueden preguntar cómo hallar el tanto por cien de un número. Saber calcularlo puede sernos muy útil sobre todo de cara a ir de compras. Veamos un ejemplo:

Nos hacen un descuento del 35% en un pantalón de 20 euros, si queremos saber cuánto nos descuentan debemos de calcular el 35% de 20.

Calcular el 35% de 20 e

-El 35% es lo mismo que poner como proporción 35/100

$$35\% = \frac{35}{100}$$

-Ahora multiplicamos esta fracción por el número en este caso 20

$$\frac{35}{100} \times 20 = \frac{35 \cdot 20}{100} = \frac{700}{100} = \mathbf{7}$$

Así mismo podemos decir que el 35% de 20 euros son 7 euros. Luego sabemos que nos descuentan 7 euros.
Si queremos saber cuánto nos cuesta el pantalón rebajado debemos de restar a lo que valía el pantalón (20 euros) lo que le descuentan (7 euros).

$20 - 7 = 23$ *El pantalón cuesta 23 euros*

3. Regla de tres



La regla de tres la utilizaremos sobre todo para resolver problemas. Principalmente aquellos en los que los datos mantienen una relación proporcional directa.
Se le llama regla de tres porque conocemos tres de las valores del problema y tenemos que hallar otro más.
Para ver cómo se resuelven los problemas de regla de tres debemos ver un ejemplo:



Si un verdulero vende 12kg de tomate a 36 euros, ¿a qué precio venderá 5 Kg de tomate?

Lo primero que hacemos es plantear el problema, teniendo en cuenta el colocar los datos agrupados: en la derecha colocamos kg con kg y en la izquierda colocamos euros con euros.

Si 12 Kg ________________ son 36 euros
5 Kg ________________ serán x euros

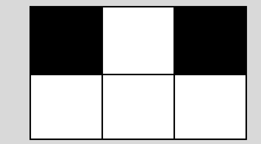
Luego tenemos que saber que la incógnita siempre es igual a la multiplicación de los dos datos que quedan cruzados, divididos por el otro dato que queda:

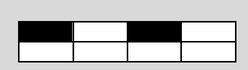
12 Kg ________________ 36 euros
5 Kg ________________ x euros (pongo x porqué no conozco el número)

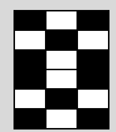
$$x = \frac{5 \cdot 36}{12} = \frac{180}{12} = 15$$

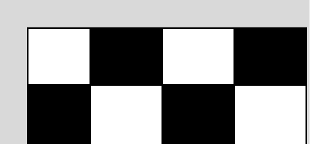
Finalmente, realizamos las operaciones y el número que nos da es la incógnita que buscábamos: 15 euros.

1.- Expresa con una fracción la parte sombreada de cada figura:









2.- Calcula:

Los 2/3 de 24→

Los 5/6 de 82→

Los 4/7 de 124→

25% de 45 →

15% de 244→

30% de 6450→



3.- Cada uno de los 200 socios de un gimnasio paga 37 euros de abono trimestral. El próximo trimestre el número de socios se espera que aumente un 4 % y el abono se incrementará un 5 % ¿Cuántos socios habrá? ¿Cuánto se recaudará con los abonos?



4.-Un fontanero ha realizado un trabajo. Por pagar al contado ha efectuado un descuento de 5%, lo que supone una rebaja de 16 euros. ¿Cuál era el importe total del trabajo? ¿Qué cantidad supone el IVA del 16% sobre el importe total del trabajo?



5.-Un coche realiza un viaje y consume la sexta parte de la gasolina que lleva y al final del trayecto todavía le quedan 25 litros en el depósito ¿Cuántos litros llevaba al iniciar el recorrido?

3. ¿Cómo calcular una fracción equivalente? ¿Cómo simplificar?

Dos fracciones son equivalentes cuando indican la misma proporción, o representan lo mismo.

Hacer fracciones equivalentes

Para **obtener fracciones equivalentes** debemos multiplicar tanto el numerador como el denominador de la fracción por el mismo número, el que queramos (2, 3, 4, 15,...). Así de fácil. Siempre que multipliquemos por el mismo número tanto el numerador cómo el denominador obtendremos fracciones equivalentes. Por ejemplo:

$$\overset{\times 2}{} \quad \overset{\times 3}{}$$
$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12}$$

Comprobar si dos fracciones son equivalentes

Para **comprobar si dos fracciones son equivalentes** debemos hacer una multiplicación cruzada:
1. Multiplicar el numerador de la 1ª por el denominador de la 2ª.
2. Multiplicar el denominador de la 1ª por el numerador de la 2ª.
3. Si los resultados del numerador y denominador son iguales, son fracciones equivalentes.

Ejemplo:

Comprueba si se cumple la igualdad y por lo tanto si son equivalentes:

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} \qquad = \frac{8}{8}$$

Hemos multiplicado 1 x 8 y 4 x 2 **(multiplicación cruzada)** y nos ha dado el mismo resultado, por lo tanto; ambas fracciones son equivalentes.

Simplificar fracciones

A veces resolver una operación en la que el resultado es una fracción podremos simplificar dicha fracción. Esto quiere decir, que podremos obtener fracciones más sencillas.

Para hacerlo tan solo debemos dividir el numerador y el denominador por el mismo número, (que será el máximo común divisor (M.C.D.) de los dos, recordar el tema 1). *Veamos un ejemplo:*

Para simplificar $\frac{6}{8}$ *hay que buscar un número que pueda dividir al 6 y al 8. Si no sabemos buscarlo podemos hallar el M.C.D. de 6 y 8:*

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 8 & 2 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{l} 6 = 2 \cdot 3 \\ 8 = 2^3 \end{array} \Longrightarrow \text{M.C.D. (6 y 8)} = 2$$

Ya sabemos que tanto 6 como 8 pueden ser divididos por 2. Así que dividimos los dos números y así conseguimos la fracción equivalente.

$$\frac{6:2}{8:2} = \frac{3}{4}$$

6.- Calcula tres fracciones equivalentes a:

a) 4/6 =

b) 1/5 =

c) 1/10=

7.- Simplifica las siguientes fracciones:

a) $\frac{40}{105}$

b) $\frac{145}{35}$

c) $\frac{440}{605}$

4. ¿Cómo se operan las fracciones?

Suma y resta.



- **Cuando tienen el mismo denominador**: dejamos el mismo denominador y sumamos los numeradores.

Ejemplo:

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{5} = \frac{2+1}{5} = \frac{3}{5}$$

- **CUANDO TIENEN DISTINTO DENOMINADOR:**

1. Hallar el m.c.m. de los denominadores.
2. Ponemos el m.c.m como nuevo denominador.
3. Calculamos el nuevo numerador.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{6}{9}$$

1ER PASO: Hallar el mínimo común múltiplo (m.c.m) de los denominadores:

3	**3**
1	

9	**3**
3	**3**
1	

3 = **3 x 1**   **9 = 3^2**

m.c.m. = $3^2 \times 1$ = **9**
El Nuevo Denominador

2DO PASO: Ponemos el m.c.m (9) como denominador:

$$\frac{2}{3}+\frac{6}{9}=\frac{?}{9}+\frac{?}{9}$$

3ER PASO: Calculamos el nuevo Numerador:

Para ello haremos la operación siguiente:

$$Numerador\ Nuevo = \frac{Denominador\ Nuevo}{Denominador\ Viejo} \times Numerador\ Viejo$$

$$\frac{2}{3}+\frac{6}{9}=\frac{?}{9}+\frac{?}{9} \longrightarrow \frac{2}{3}+\frac{6}{9}=\frac{6}{9}+\frac{6}{9}=\frac{12}{9}$$

8.- Calcula las fracciones equivalentes de estas, y que a la vez sea el mismo denominador de todas:

a) 1/3, 2/5, 4/7

b) 3/8, 2/5, 1/4

b) 1/2, 3/4, 100/7

d) 1/2, 2/3, 5/6

9.- Efectúa en cada caso las operaciones indicadas:

a) 1/5 + 3/5 =

b) 2/3 - 1/4 + 3/16 =

c) 4/7 + 1/7 - 3/7 =

d) 1/2 - 7/15 – 3/16=

e) 2/3 + 3/5 + 1/7 =

f) 2/3 - 1/6=

10.- Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de ellas:

2/3			
4/5			

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES



Para **multiplicar** fracciones solo tenemos que multiplicar el numerador por el numerador y el denominador por el denominador. Multiplicamos en línea. *Ejemplo:*

$$\frac{2}{4} \times \frac{5}{3} = \frac{2 \times 5}{4 \times 3} = \frac{10}{12}$$

Y para **dividir** es también muy sencillo. Debemos multiplicar los productos cruzados de las fracciones. Multiplicamos en cruz. *Ejemplo:*

$$\frac{2}{4} : \frac{5}{3} = \frac{2 \times 3}{4 \times 5} = \frac{6}{20}$$

Además también pueden aparecer fracciones en las que el numerador como el denominador aparezcan fracciones. Entonces deberemos solucionar primero la fracción del numerador y después la fracción del denominador, de manera que poco a poco quedará una fracción simple. Vamos a ver un ejemplo:



$$\frac{(1 - 2/3) : 3/5}{(2/3+4/5) \cdot 1/2} = \frac{(3/3 - 2/3) : 3/5}{(10/15+12/15) \cdot 1/2} = \frac{1/3:3/5}{22/15 \cdot 1/2} = \frac{(1x5)/(3x3)}{(22 \cdot 1)/(15 \cdot 2)} = \frac{5/9}{22/30} =$$

$$= \frac{5 \cdot 30}{9 \cdot 22} = \frac{150}{198} = \frac{25}{33}$$



RECUERDA QUE ...

En las operaciones se realiza siempre primero lo de dentro del paréntesis

⇨ Es sencillo. Solucionamos por un lado el numerador y por otro el denominador, y vamos operando y simplificándolo hasta que sólo nos queda una sola fracción.

11.- Efectúa las operaciones combinadas:

a) 1/4 : (3/5 : 2/3) =

b) (1/2 : 3/4) : (1/4 : 2/3) =

c) 2/3 : (4/5 : 7/3) =

d) 2/4 + 3/2 – (2/5 + 1/4) =

e) (2/3 +5/6-7/12) : (3/4+2/3) =

f) 1/3·3/5·2/3 =

12.- Soluciona las siguientes fracciones y simplifica los resultados:

a) $\dfrac{\left(3+\frac{1}{3}\right)}{\left(8-\frac{1}{2}\right)} =$

b) $\dfrac{\frac{1}{3}-\frac{1}{5}}{\frac{1}{2}-\frac{1}{5}} =$

POTENCIAS

Cuando una fracción está elevada a una potencia, el resultado se opera como lo hemos hecho hasta ahora. Recordad que, en este caso, se eleva tanto el numerador como el denominador al exponente.
Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^3}{3^2} = \frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 3} = \frac{4}{9}$$

Las potencias también pueden estar elevados a números enteros (es decir, a números positivos y/o negativos). Vemos un ejemplo:

7^2 ⇨ Esta expresión sale de ⟹ $\frac{7^5}{7^3} = 7^5 : 7^3 = 7^{5-3} = 7^2$

7^{-2} ⇨ Esta expresión sale de ⟹ $\frac{7^3}{7^5} = 7^3 : 7^5 = 7^{3-5} = 7^{-2}$

Si desarrollamos la expresión $\frac{7^3}{7^5}$ ⟹ $\frac{7 \cdot 7 \cdot 7}{7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7} = \frac{1}{7^2} = 7^{-2}$

13.-Escribe de distintas formas las siguientes expresiones:

a) 2^{-1}

b) 100^{-2}

c) $0{,}01^{-3}$

d) $(1/4)^{-1}$

f) $((0{,}01)^2)^{-5}$

g) $((1/3)^{-2})^2$

14.-Calcula las siguientes potencias:

a) $(3/7)^6 : (3/7)^3 =$

b) $(1/3)^2 \cdot (1/3)^3 : (1/3)^4 =$

c) $(-2/3)^{-1} : (-2/3)^3 =$

d) $(-3)^{-1} : (-1/3)^3 =$

COMPARACIÓN DE FRACCIONES



Diremos que una fracción es mayor (>) que otra cuando su diferencia o resta sea positiva. Por lo tanto, cuando la diferencia nos dé un número negativo diremos que la fracción es menor (<).

Ejemplo:

2/3 > 1/4 ⇨ *2/3 es mayor que 1/4 porque si las restamos 2/3 – 1/4 = 8/12 - 3/12 = 5/12, y el resultado es un* ***número positivo****.*

1/7 < 2/5 ⇨ *1/7 es menor que 2/5 porque al restarlas 1/7 – 2/5 = 5/35 – 14/35 = - 9/35 y el resultado es un* ***número negativo.***

✐15.- Compara los siguientes pares de fracciones e indica cuál es la mayor:

a) 1/6 y 5/8

b) 3/4 y 7/2

c) 2/3 y 1/5

d) 1/6 y 6/3

✐16.- Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones: 6/4, 2/5, 5/6, -1/5

NÚMEROS DECIMALES



Al realizar una fracción (es decir, al hacer una división) podemos obtener un número entero (ej. 4/2=2) o también un número decimal (ej. 4/3=1.33). Cuando el resultado sea un número decimal podemos encontrar:

<u>Decimal exacto</u> → Es un número decimal finito (que tiene fin).
Ejemplo: 2/5= 0.4

<u>Decimal periódico</u> → Es un número decimal infinito (que no tiene fin) y en el que, en algunas ocasiones, se repiten las cifras. Ejemplo: 35/11= 3,181818...



RECUERDA QUE...

Fíjate en el gorrito:

$1,\hat{5}$ = 1,555555... $248,\widehat{38}$ = 248,38383838...

A este gorrito se le llama **"periodo"** e indica que ese número se repetirá hasta el infinito.

5. ¿Cómo resolver problemas?



La primera vez que leemos el enunciado de un problema nos puede parecer una mezcla engorrosa de números, relaciones, preguntas, unidades… Si leemos despacio y entendemos el problema nos resultará mucho más fácil encontrar la solución.

El primer paso para solucionar un problema es comprenderlo, y para eso hay que **leer despacio el problema** y si es necesario **leerlo 2 y 3 veces**. Después, debemos **<u>subrayar lo más importante</u>** y entender lo que nos dice. Esto nos ayudará a establecer qué es lo que nos piden y cómo organizar los datos que tenemos, algo también muy importante.

Es fundamental saber bien que es lo que nos piden, y apuntarlo en un **apartado de datos** de manera adecuada. Un problema bien organizado es casi un problema resuelto.
Una vez obtenido el resultado es fundamental **comprobar** que **la solución** es correcta.

Los **pasos** a seguir en la resolución de problemas son:

1. **Leer el enunciado al menos dos veces**

   Después de leer el enunciado, es importante que seas capaz de contestar todas estas preguntas:

   - ¿De qué trata el problema?
   - ¿Cuál es la incógnita del problema? ¿Qué es lo que te piden averiguar?
   - ¿Cuáles son los datos del problema?
   - ¿Has realizado algún problema igual o parecido? Si es así recuerda como lo resolviste.

2. **Subrayar los datos y lo que nos piden**

3. **Apuntar los datos y lo que nos piden en un apartado**

4. **Crear un plan y ejecutarlo**

   - Si puedes realiza una estimación mental del resultado.
   - Si es posible, realiza un dibujo o esquema que te ayude a visualizar el proceso de resolución.
   - Efectúa las operaciones que requieras para hallar la solución. Los cálculos se deben realizar en el orden correcto.
   - Escribe la solución de una manera clara y ordenada. Siempre que la solución sea una cantidad numérica, debe ir acompañada de las unidades de medida correspondientes.

5. **Comprobar los datos**

   - Verifica que el resultado cumple con lo que te piden en el enunciado.
   - Contrasta el resultado obtenido con la estimación mental que has realizado anteriormente.
   - Reflexiona si la solución es lógica según el enunciado del problema.
   - Repasa el método que has empleado para hallar la solución.

17.- Si una barra de un metro de longitud pesa 2/5 Kg ¿cuánto pesará una barra de 3/4 m?

18.- Se reparte un terreno de 350 Hectáreas entre tres personas. A la primera le corresponde 2/7 del total, a la segunda la cuarta parte de lo que queda y a la tercera el resto ¿qué cantidad de terreno recibe cada uno?



19.- En unas compras nos hacen el 20% de descuento y nos cargan un 6% de IVA. Comprueba que es indiferente aplicar primero el descuento y a continuación el IVA, que aplicar primero el impuesto y luego el descuento.

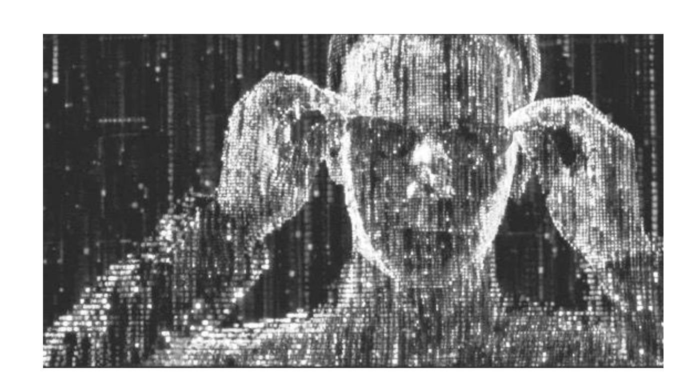
20.- Al pagar una factura nos han hecho un descuento del 15% de su importe total y la misma ha quedado reducida a 127,5 euros ¿Cuál era el importe inicial de la factura?

21.- Un trayecto de 215 Km lo recorre un coche en 2 horas y otro en 3/2 de hora. En una hora, ¿qué ventaja saca el segundo coche al primero?

22.- Un grifo llena un estanque en 20 horas y otro en 12 horas. Se abre el primer grifo y se echa agua durante una hora. A continuación se abren los dos a la vez durante tres horas y se cierran ¿Qué fracción del estanque queda por llenar?



EL LENGUAJE ALGEBRAICO: ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES



1. ¿Qué es el lenguaje algebraico?



Los números representan cantidades conocidas como nuestra edad, la estatura y el peso que tenemos, etc. Cuando lo que queremos decir se puede expresar en números porque sabemos todos los datos, se le llama **lenguaje aritmético.**
Por ejemplo: si vamos a comprar 2 entradas al baloncesto y sabemos que las entradas valen 3 euros, en lenguaje aritmético diríamos que nos va a costar: 2 entradas · 3 euros = 6 euros.

Cuando no conocemos el valor de un número y necesitamos letras para expresarlo se le llama **lenguaje algebraico.** Así que cuando nos referimos a algo que no sabemos cuál es su valor podemos ponerle una letra. *Por ejemplo, si vamos dos personas al cine y no sabemos cuánto cuesta la entrada, lo que vale la entrada es* **x**. *Podemos decir entonces que suponiendo que invitemos nosotros, la entrada nos costará* **2 x** *(dos veces el valor de la entrada (x)).*



Así pues, el lenguaje algebraico está formado por:

1. Números.
2. Letras que representan números.
3. Los símbolos de las operaciones y sus relaciones.

Se le llama **expresión algebraica** a las expresiones formadas por números, letras y signos de las operaciones que hay que realizar, como por ejemplo 2x+1.

Para hacer los siguientes ejercicios ten en cuenta que cuando no sabemos el valor de un número lo llamaremos X

✐1.-Traduce a lenguaje algebraico las siguientes frases:

1°. La mitad de un número ⇨
2°. El doble de un número ⇨
3°. El cubo de un número más ocho ⇨
4°. El doble de un número menos su mitad ⇨
5°. El triple de un número más cuatro ⇨
6°. La mitad del cubo de un número ⇨
7°. El triple del cuadrado de un número ⇨
8°. La mitad de un número menos el triple de ese número ⇨

✎2.- Escribe en lenguaje algebraico las siguientes informaciones relativas a la base y a la altura de un rectángulo (base=b; altura=h):

1º. La base es doble que la altura ⇨

2º. La base excede en cinco unidades a la altura ⇨

3º. La altura es dos quintos de la base ⇨

✎3.- La superficie (área) de una alfombra rectangular de x metros de largo e y metros de ancho, se calcula mediante la fórmula ⇨ $S = x \cdot y$ (largo x ancho). Halla la superficie de las alfombras de una casa sabiendo que miden (recuerda que la superficie se mide en metros cuadrados m^2):

a) La del salón, 5 metros de largo y 4 de ancho.

b) La del comedor, 3 metros de largo y 2 de ancho.

c) La del dormitorio, 1 metro de largo por 0,6 de ancho.

d) Si cada vez que las limpio necesito un bote de producto para $10m^2$ ¿cuántos botes debo comprar?

Cada expresión algebraica tiene alguna letra, a la que se le llama variable. En el ejemplo de *2 x + 1* seria **x** la única variable.
Cuando las expresiones algebraicas forman una ley matemática se le llama fórmula. *Un ejemplo puede ser el área del cuadrado A = x^2*

Para calcular el valor numérico de una expresión algebraica debemos sustituir las letras de la expresión, por su valor numérico.
En el ejemplo anterior del área del cuadrado: si sabemos que el lado (x) mide 4 cm, si lo sustituimos, quedaría de la siguiente forma:

$$\mathbf{A = x^2}$$
$$A = 4^2$$
$$A = 4 \cdot 4$$
$$A = 16\ cm^2$$

✐4.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para el valor de la variable que se indica(x):

a) $3 \cdot (x + 2) \cdot 2 =$

para $x = -2$

para $x = 1$

para $x = 3/2$

b) $3x + 2y =$

para $x = 1$; $y = 0$

c) $2(x - y)^2 =$

para $x = -3$; $y = 2$

A la hora de **operar expresiones algebraicas** tenemos que tener en cuenta esta serie de normas:

SUMA Y RESTA

Sólo podemos sumar aquellos términos que sean semejantes, es decir, sumamos letras con letras.

$3x + 2x = 5x$ $\quad\quad$ $7y - 3y = 4y$

MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

1. **Si las variables son iguales** (son de la misma letra): Pueden estar elevadas a diferentes números. Entonces multiplicamos o dividimos los números y multiplicamos o dividimos las variables aplicando las reglas de la *multiplicación y/o división de potencias de la misma base*:

$3 \cdot 5 \cdot 5^2 = 3 \cdot 5^3$ $2x \cdot x = 2x^2$ $2x \cdot 3x^2 = 6x^3$

$8^4 : 8^2 = 8^2$ $6x^6 : x^2 = 6x^3$ $16x^{10} : 2x^5 = 8x^2$

2. **Si las variables son diferentes** (letras diferentes): Entonces multiplicamos o dividimos los números, y las variables las dejamos en forma de multiplicación:

$2x \cdot 3y = 6xy$ $10x : 2y = 5xy$



RECUERDA QUE ...

Para multiplicar potencias de la misma base se suman los exponentes.
Para dividir potencias de la misma base se restan los exponentes.

CUADRADO DE SUMAS Y RESTAS AL CUADRADO

En ocasiones nos podemos encontrar estas expresiones $(a+b)^2$ y $(a-b)^2$. Esto no lo realizaríamos elevando cada incógnita al cuadrado, sino que hay que conocer estas fórmulas:

1. $(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
El cuadrado de la suma de dos incógnitas es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, más el doble del primero por el segundo.

2. $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
El cuadrado de la resta de dos incógnitas es igual al cuadrado del primero, más el cuadrado del segundo, menos el doble del primero por el segundo.

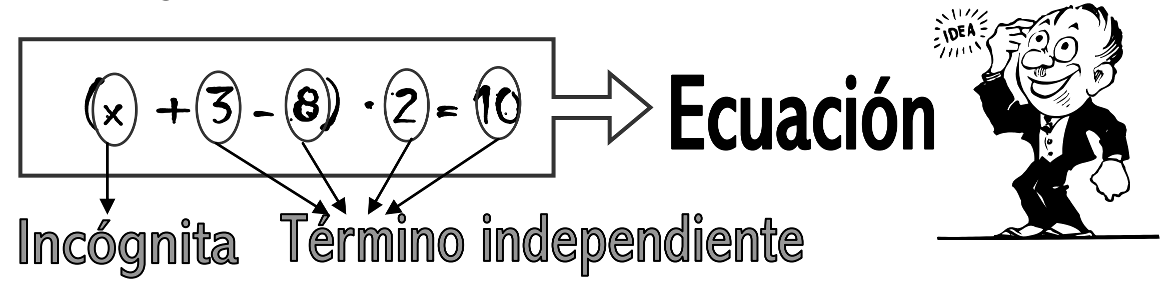
5.- Reduce los términos semejantes de las siguientes expresiones.

$(x+y)^2 =$

$(x-y)^2 =$

2. ¿QUÉ ES UNA ECUACIÓN?

Llamamos ecuaciones a las igualdades que solo son ciertas para algunos valores de las variables (o letras). En este caso, a las variables se llaman **incógnitas**. Los números se denominan **términos.**



Hay una serie de normas muy sencillas que has de conocer para realizar ecuaciones:

1. Todo lo que está **sumando** pasa al otro lado de la igualdad **restando**.

$$a + b + 5 = 8$$
$$a + b = 8 - 5$$
$$a = 8 - 5 - b$$

2. Todo lo que está **restando** pasa al otro lado de la igualdad **sumando**.

$$X - 7 - 5 = 3$$
$$X - 7 = 3 + 5$$
$$X = 3 + 5 + 7$$
$$X = 15$$

3. Todo lo que está **multiplicando** pasa al otro lado de la igualdad **dividiendo**.

$$5x = 15$$
$$x = 15 / 5$$
$$x = 3$$

4. Todo lo que está **dividiendo** pasa al otro lado de la igualdad **multiplicando**.

$$x^2 / 2 = 2$$
$$x^2 = 2 \cdot 2$$
$$x^2 = 4$$
$$x = \sqrt{4}$$
$$x = 2$$

Ecuaciones de primer grado

Las ecuaciones se denominan de **primer grado** cuando la incógnita (x) no está elevada a nada (o lo que es lo mismo, el máximo exponente es 1, de ahí lo de primer grado).
Por ejemplo:

$$3x - 2 = 5x + 8$$



Estas son las **reglas** o pasos para **resolver una ecuación de primer grado**:
1. Se resuelven los paréntesis y se quitan.
2. Se agrupan los términos con x a un lado y los que no lleven x al otro.
3. Se opera cada parte de la ecuación.
4. Se despeja la x.

Recuerda LA LEY DE LOS SIGNOS estudiada en el tema 2

Vamos a resolver un ejemplo: $3x - 2(x + 1) = 5 - 4x$

1. Si hay paréntesis se resuelven primero los paréntesis:

$$3x - 2x - 2 = 5 - 4x$$

¡¡¡Hay que tener cuidado al multiplicar los signos!!!!

2. Se agrupan los términos con x a la izquierda y los que no a la derecha, de manera que cuando pasen de un lado a otro, siempre cambiarán al signo contrario (de sumar a restar y de restar a sumar).

$$3x - 2x = 5 + 2 - 4x$$

Hemos pasado a la derecha el -2 y al pasarlo le hemos cambiado el signo.

$$3x - 2x + 4x = 5 + 2$$

También hemos pasado a la izquierda el – 4 x, y al pasarlo también le hemos cambiado el signo.

3. Se opera en cada parte de la ecuación:

$$5x = 7$$

4. Se despeja la incógnita.

$$x = 7 / 5$$

Lo que está multiplicando a la izquierda pasa a la derecha dividiendo.
En este caso el 5 que multiplica a la x, pasa a la derecha de la ecuación dividiendo a 7.

¡¡¡ Ya tenemos la x despejada!!!!

6.- Usando los criterios anteriores, resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba el resultado.

a) $z + 2 = 7$

b) $2a - 5 = 3$

c) $b - (2/4) = 4$

d) $2a + 1 = 3a - 2$

7-. Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:



a) $9(x + 4) = 5(4x - 4) + 1$



b) $\frac{5}{X + 5} = \frac{15}{X + 7}$

c) $2 \cdot (x - 3) = 1 - (x + 4)$

d) $3 \cdot (x - 2) - 2 \cdot (x - 3) = 1 - 2x$

e) $5x - (1 - 2x) = 6$

f) $5x - (2 - 3) = 5 - (1 - 4x)$

Ecuaciones de segundo grado

Las ecuaciones se denominan de **segundo grado** cuando la incógnita (x) está elevada al cuadrado (o lo que es lo mismo, el máximo exponente es 2, de ahí lo de segundo grado).
La forma general de una ecuación de segundo grado es:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde **a** representa el coeficiente cuadrático (número que va delante de x^2), **b** representa al coeficiente lineal (número que va delante de x) y **c** representa el término independiente (número que no tiene ninguna incógnita detrás).
Para resolver una ecuación de segundo grado se debe de utilizar la siguiente fórmula:

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

De esta fórmula saldrán 2 soluciones que llamaremos x_1 y x_2

Veamos ahora un ejemplo: **$-2 + 3x^2 = -5x$**

1. Primero debemos ordenar la ecuación para que tenga la forma general, para ello utilizaremos las mismas normas que en las ecuaciones de primer grado(lo que está restando pasa sumando):

$$3x^2 + 5x - 2 = 0$$

2. Ahora ya podemos aplicar la fórmula de la ecuación de segundo grado para ello debemos fijarnos en el llamado coeficiente cuadrático **(a = 3)**, en el coeficiente lineal **(b=5)** y en el término independiente **(c=–2).**
   Una vez identificados los números sustituimos los valores en la fórmula:

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3}$$

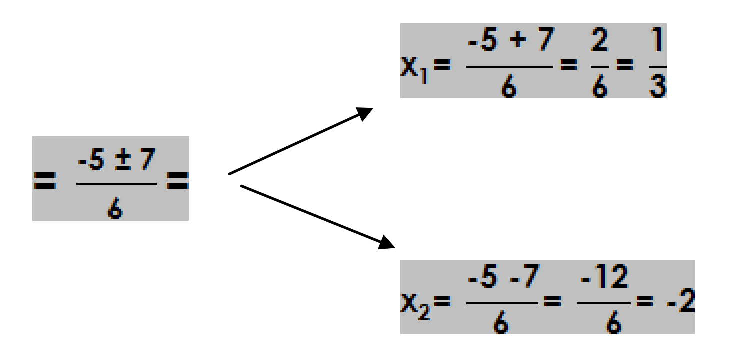
3. Ahora realizamos las operaciones para resolver la ecuación teniendo en cuenta que obtendremos dos resultados.

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2)}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot (-6)}}{2 \cdot 3} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{6} =$$

$$= \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{6} = \frac{-5 \pm 7}{6} =$$



4. Ahora debido al símbolo $\pm$ surgen dos posibilidades de solución.





8-.Calcula las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 = x + 6$

b) $6 - 5x = -x^2$

3 ¿Qué son los sistemas de ecuaciones?

Son ecuaciones que poseen dos incógnitas, normalmente una llamada **x** y otra llamada **y**. Se coloca una expresión encima de la otra:

$$\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 7 \\ 4x - 5y = 3 \end{array}\right\}$$

Su resolución es muy fácil. Existen 3 métodos para resolverlo y otro método gráfico. Recomendamos aprender el **método de sustitución.**



1. MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

1. Despejamos una incógnita en una de las ecuaciones.

2. Sustituimos la expresión de esta incógnita en la otra ecuación, obteniendo una ecuación con una sola incógnita.

3. Resolvemos la ecuación.

4. Sustituimos el valor obtenido en la ecuación en la que aparecía la incógnita despejada.

5. Los dos valores obtenidos constituyen la **solución** del sistema de ecuaciones.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1. Despejamos una de las incógnitas en una de las dos ecuaciones. Elegimos la incógnita que tenga el coeficiente más bajo.

$2x = 16 - 4y \longrightarrow x = \frac{16 - 4y}{2} \longrightarrow x = 8 - 2y$

2. Sustituimos en la otra ecuación la variable x, por el valor anterior:

$3x - 4y = -6 \longrightarrow 3(8 - 2y) - 4y = -6$

3. Resolvemos la ecuación obtenida:

$24 - 6y - 4y = -6 \longrightarrow 24 - 10y = -6 \longrightarrow -10y = -30$

$y = 3$

4. Sustituimos el valor obtenido en la variable despejada.

$x = 8 - 2 \cdot 3 \longrightarrow x = 8 - 6 \longrightarrow x = 2$

5. Solución

$x = 2$ $y = 3$

Y AHORA YA SABEMOS EL VALOR DE LA X Y LA Y. COMPRUÉBALOS.

2. MÉTODO DE IGUALACIÓN

1. Se despeja la misma incógnita en ambas ecuaciones.

2. Se igualan las expresiones, con lo que obtenemos una ecuación con una incógnita.

3. Se resuelve la ecuación.

4. El valor obtenido se sustituye en cualquiera de las dos expresiones en las que aparecía despejada la otra incógnita.

5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1. Despejamos, por ejemplo, la incógnita **x** de la primera y segunda ecuación:

$$3x = -6 + 4y \longrightarrow x = \frac{-6 + 4y}{3}$$

$$2x = 16 - 4y \longrightarrow x = \frac{16 - 4y}{2}$$

2 . **Igualamos** ambas expresiones:

$$\frac{-16 + 4y}{3} = \frac{16 + 4y}{2}$$

3. Resolvemos la ecuación:

$$2(-6 + 4y) = 3(16 - 4y) \longrightarrow -12 + 8y = 48 - 12y$$

$$8y + 12y = 48 + 12 \longrightarrow 20y = 60 \longrightarrow y = 3$$

4. Sustituimos el valor de **y**, en una de las dos **expresiones** en las que tenemos **despejada la x**:

$$x = \frac{-6 \cdot 4 \cdot 3}{3} \longrightarrow x = \frac{-6 + 12}{3} \longrightarrow x = 2$$

5. Solución:

$x = 2$ $y = 3$

3. MÉTODO DE REDUCCIÓN

1. Se preparan las dos ecuaciones, multiplicándolas por los números que convenga.

2. La restamos, y desaparece una de las incógnitas.

3. Se resuelve la ecuación resultante.

4. El valor obtenido se sustituye en una de las ecuaciones iniciales y se resuelve.

5. Los dos valores obtenidos constituyen la solución del sistema.

$$\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 2x + 4y = 16 \end{cases}$$

1. En esta ecuación lo más fácil es suprimir la **y**, de este modo no tendríamos que preparar las ecuaciones; pero vamos a optar por suprimir la **x**, para que veamos mejor el proceso.

$$3x - 4y = -6 \xrightarrow{x\,2} 6x - 8y = -12$$

$$2x + 4y = 16 \xrightarrow{x(-3)} -6x - 12y = -48$$

2. y **3.** Restamos y resolvemos la ecuación:

$$\begin{cases} \cancel{6x} - 8y = -12 \\ -\cancel{6x} - 12y = -48 \end{cases}$$

$$-20y = -60 \longrightarrow y = \frac{-60}{-20} \longrightarrow y = 3$$

4. Sustituimos el valor de y en la segunda ecuación inicial.

$$2x + 4 \cdot 3 = 16 \longrightarrow 2x + 12 = 16$$

$$2x = 4 \longrightarrow x = 2$$

5. Solución:

$x = 2$ $x=3$



9-.Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{l} 3x - y = -5 \\ x + y/2 = 0 \end{array}\right\}$



b) $\left.\begin{array}{l} -3x - y = 65 \\ 4x + 7y = -30 \end{array}\right\}$



c) $\left.\begin{array}{l} \dfrac{X}{3} - \dfrac{Y}{2} = 0 \\ \dfrac{X}{2} - \dfrac{Y}{4} = 4 \end{array}\right\}$

Los sistemas de ecuaciones también se pueden **<u>REPRESENTAR GRÁFICAMENTE</u>** y con ello solucionar el **sistema de ecuaciones.**

Es conveniente que sigas estos pasos:

1. **Despeja las incógnitas y** de las dos ecuaciones.

2. **Construimos una tabla de valores** con dos columnas (una para cada ecuación). Bastará con calcular dos valores de x (uno positivo y otro negativo) para cada ecuación.

3. **Representamos esas coordenadas (los valores de x) en una gráfica y trazamos las rectas de cada ecuación en el eje cartesiano**.

4. El valor que tiene **el punto donde se cortan las dos rectas es la solución** del sistema de ecuaciones.



Vamos a resolver un sistema de ecuaciones, por ejemplo, este que cayó en el **examen de pruebas libres de junio de 2005**:

$$\left.\begin{array}{l} y = 2x + 5 \\ y = 5x + 2 \end{array}\right\}$$

1º. Despejamos la y de las dos ecuaciones:

$y = 2x + 5$ $\qquad$ $y = 5x + 2$

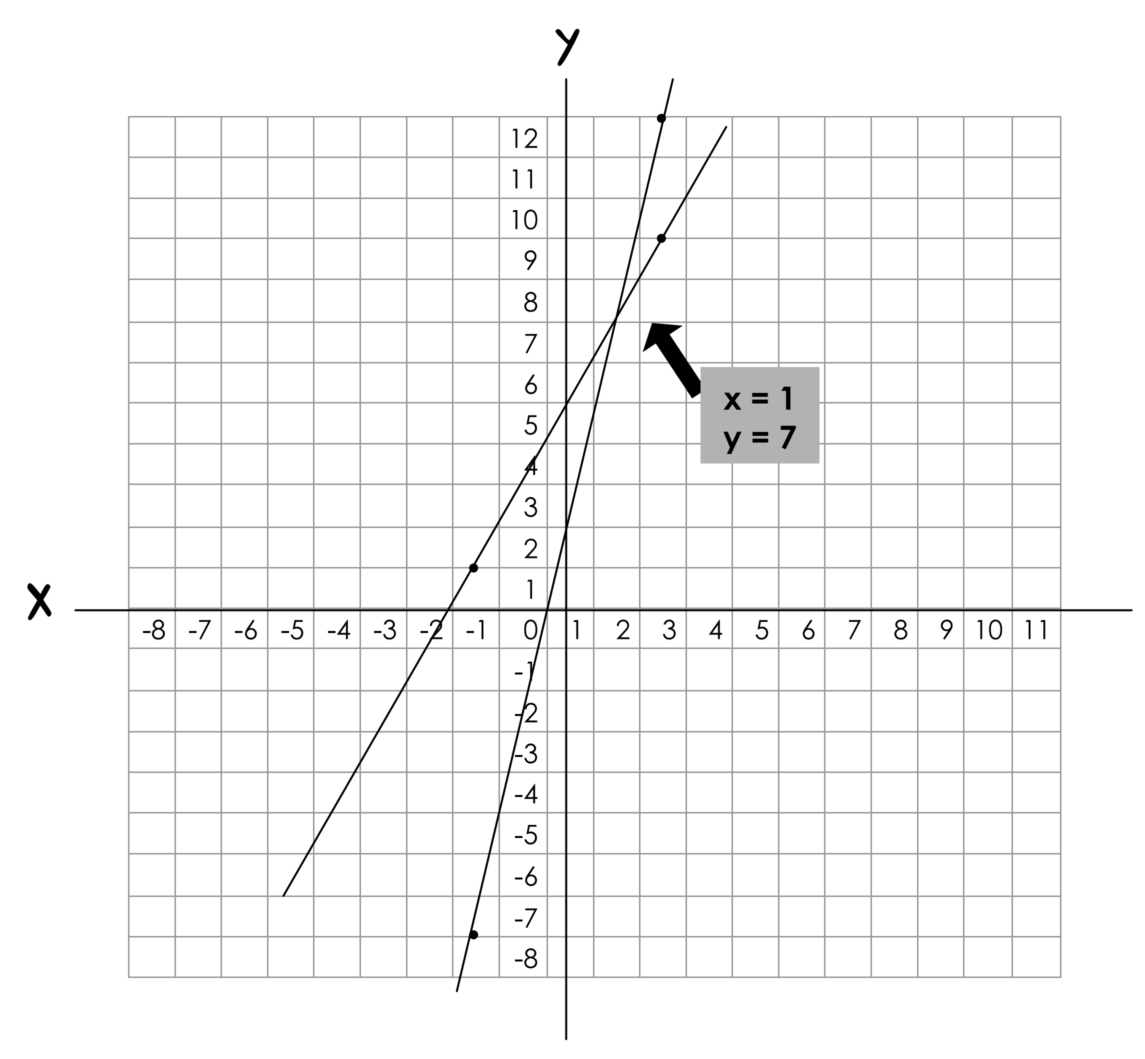
2º) Construimos la tabla de valores para la x en las 2 ecuaciones, despejándola con un valor positivo y otro negativo (por ejemplo x=2; x=-2).

	y = 2 x + 5	y = 5 x + 2
x = 2	9	12
x = - 2	1	- 8

Lo que hemos hecho es sustituir el valor de las **x** en la ecuación de la **y** y ponemos el resultado en la tabla.

3º) Representamos esas coordenadas en una gráfica y trazamos las rectas de cada ecuación en el eje cartesiano (donde la <u>x siempre</u> estará en el <u>eje horizontal</u> y la **y** <u>en el vertical)</u>.

En la primera recta, para x = 2; y = 9, así que trazamos el punto en esas coordenadas. Lo mismo hacemos para x = -2; y = 1. Cuando tengamos los dos puntos podemos trazar la recta. De la misma forma trazaremos la segunda recta.



4º) Las coordenadas del punto de corte entre las dos rectas son la solución el sistema.

x = 1
y = 7

Podemos comprobarlo resolviendo la ecuación con uno de los métodos que ya conocemos.





10-.Calcula el punto de corte de las rectas (o lo que es lo mismo, hallar x e y)

$$\left.\begin{array}{l} y = -2x + 5 \\ y = -x + 4 \end{array}\right\}$$

4. Resolviendo problemas

A lo largo del tema hemos aprendido a resolver ecuaciones y sistemas de ecuaciones, ahora le encontraremos la utilidad práctica aplicando estos conocimientos a la resolución de problemas. Al inicio del tema comentamos que cuando no sepamos el valor de un número le llamaremos x o y. Tendremos en cuenta esto a la hora de resolver problemas.



RECUERDA QUE...

Los **pasos** a seguir en la resolución de problemas son:

1. **Leer el enunciado al menos dos veces**
2. **Subrayar los datos y lo que nos piden**
3. **Apuntar los datos y lo que nos piden en un apartado**
4. **Crear un plan y ejecutarlo**
5. **Comprobar los datos**

✎11. Si al doble de un número le sumamos 10, el resultado es el mismo que si restamos el número a 43 ¿de qué número se trata?



✎12.-La edad de Sara es el triple que la de su hija. Dentro de 14 años será el doble. ¿Qué edades tienen Sara y su hija?



13.- En un corral hay conejos y gallinas. Si contamos las cabezas hay 30, si contamos las patas hay 84. ¿Cuántos conejos y cuántas gallinas hay?





14. Una editorial ha publicado la última novela ganadora de un certamen literario. 1/3 de los libros se han regalado como política de promoción, 2/5 se han vendido en las librerías y todavía quedan 300 ejemplares en el almacén. ¿Cuántos libros hizo la editorial?



15.-En una oposición que consta de un test, una persona contesta 45 preguntas y obtiene 183 puntos. Por cada pregunta bien contestada dan 5 puntos y por cada una mal contestada quitan 2 puntos. ¿Cuántas contesto bien y cuántas mal?



16.- Compramos una camisa y unos pantalones por los que tendríamos que pagar 110 euros. Nos descuentan un 20 % en la camisa y un 10% en los pantalones y nos cobran 93 euros. ¿Cuánto costaba la camisa y cuánto los pantalones?

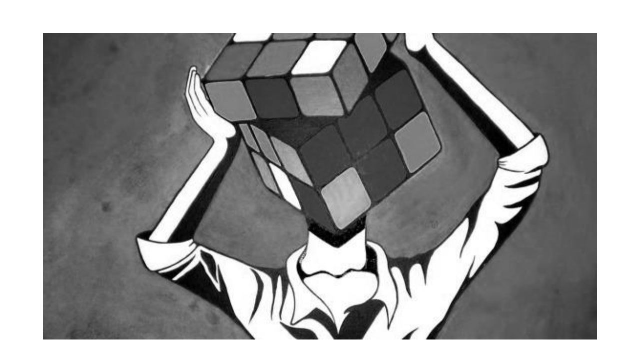


MEDIDAS DE LONGITUD, SUPERFICIE y VOLUMEN

1. ¿Qué es un polígono?
2. ¿Qué son medidas de longitud, superficie y volumen?
3. ¿Cómo cambiar las unidades de medida?
4. ¿Cómo hallar el perímetro?
5. ¿Cómo hallar el área?

   CUADRADO, RECTÁNGULO, PARALELOGRAMO,TRIÁNGULO ROMBO, TRAPECIO, POLÍGONOS REGULARES, POLÍGONOS IRREGULARES Y CIRCUNFERENCIA
6. ¿Cómo hallar el volumen?

   CILINDRO, PRISMA, PIRÁMIDE Y ESFERA



1. ¿Qué es un polígono?

Llamaremos **polígono** a la porción de plano limitada por una línea poligonal cerrada.
Los polígonos pueden clasificarse atendiendo a su número de lados:

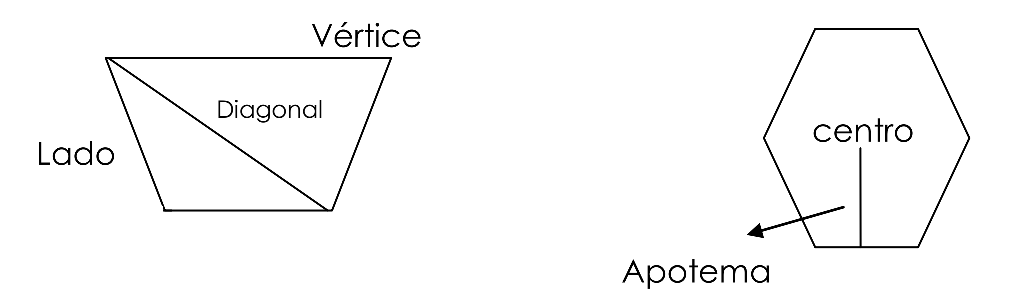
Triángulos⇨	3 lados	Hexágonos⇨	6 lados
Cuadriláteros⇨	4 lados	Decágonos⇨	10 lados
Pentágonos⇨	5 lados	Dodecágono⇨	12 lados

Los **elementos de un polígono** son:

- Lado: cada una de las líneas que definen al polígono.
- Vértice: es el punto común de dos lados, donde se forman los ángulos.
- Diagonal: es el segmento de recta que une dos vértices.

En los **polígonos regulares** (con los lados iguales) tenemos además:

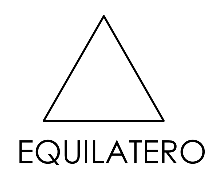
- Centro: es el punto interior del polígono que está a la misma distancia de todos los vértices.
- **Apotema: Segmento de recta perpendicular al lado y que pasa por el centro**. Es como si fuese el radio de un polígono. Siempre va hacia el centro del lado y nunca hacia la esquina.

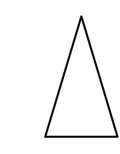


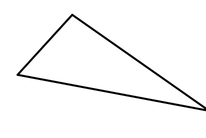
TRIÁNGULOS:

El triángulo es un polígono de tres lados. Se puede clasificar según sus lados:

- Equilátero ⇨ tiene los 3 lados y ángulos iguales.
- Isósceles ⇨ tiene 2 lados y ángulos iguales y 1desigual.
- Escaleno ⇨ los 3 lados y ángulos son desiguales


EQUILATERO


ISÓSCELES


ESCALENO

EL TRIÁNGULO RECTÁNGULO: TEOREMA DE PITÁGORAS

Un **triángulo rectángulo** está formado por tres lados, de los cuales uno es más largo que los otros 2. Uno de los ángulos mide 90º, o lo que es lo mismo, es recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama **hipotenusa**, los otros dos lados son los **catetos**.

Cateto menor

Hipotenusa

Cateto mayor



En los triángulos rectángulos siempre podemos aplicar la siguiente fórmula conocida como el Teorema de Pitágoras:

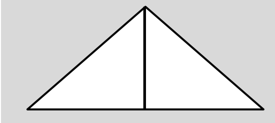
Hipotenusa ^{2} = Cateto Mayor ^{2} + cateto menor ^{2}

$$h^2 = C_M^{\ 2} + c_m^{\ 2}$$

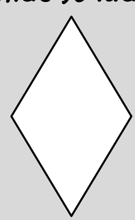


1. En un triángulo rectángulo conocemos la hipotenusa que es 5 y uno de los catetos que es 4 cm. ¿Cuánto vale el otro cateto?

2. En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 10 cm y el tercer lado mide 12. Determina la altura del triángulo.



3. Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 16 cm respectivamente ¿Cuánto mide su lado?



CUADRILÁTEROS

Son los polígonos determinados por cuatro lados. Pueden ser:

PARALELOGRAMOS:

- Tienen los lados paralelos.
- Sus lados opuestos son iguales.
- Sus ángulos opuestos son iguales.
- Las diagonales se cortan en el punto medio.

Cuadrado:

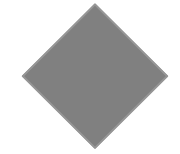


- Los cuatro lados son iguales.
- Sus ángulos son de 90º.
- Las diagonales son iguales y perpendiculares.

Rectángulo:

- Los lados son iguales dos a dos.
- Sus ángulos miden 90º.
- Las diagonales son iguales.

Rombo:



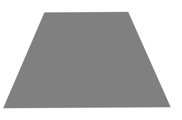
- Los cuatro lados iguales y los ángulos iguales dos a dos.
- Diagonales perpendiculares.
- Cada diagonal es una bisectriz del ángulo que toca.

Romboide:

- Sus ángulos y sus lados son iguales dos a dos.

TRAPECIO:

- Tienen dos lados paralelos y dos lados más que no son paralelos.
- La base es una de las partes paralelas.
- La altura es la distancia entre ellas.



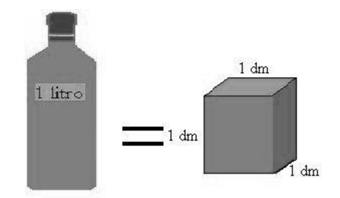
2. ¿Qué son medidas de longitud, superficie y volumen?

Cuando tenemos que medir lo largas o cortas que son las cosas, utilizamos las medidas de **longitud** (**mm, cm, dm, m, Dam, Hm, Km**...). Son medidas de una sola dimensión (largo) y se expresan elevadas a 1, aunque el exponente no se suele poner: cm = cm^1

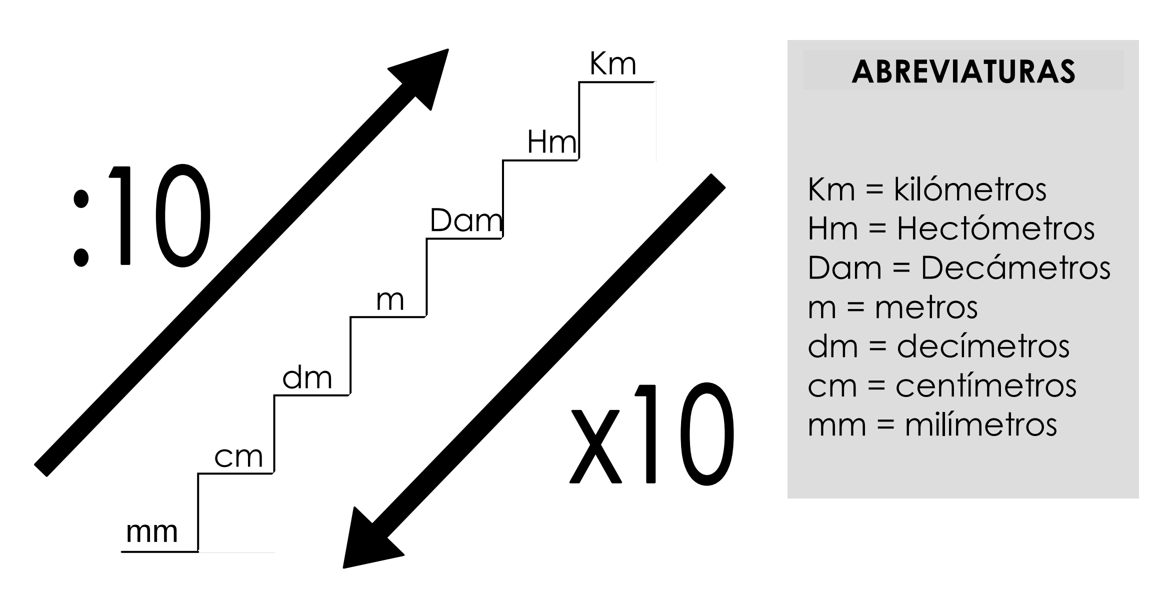
Para medir **superficies (áreas)** utilizamos estas mismas medidas de longitud, pero como ahora medimos dos dimensiones (largo x ancho) se expresan elevadas al cuadrado: **mm^2, cm^2, dm^2, m^2, Dam^2, Hm^2, Km^2**... Para poder medir superficies aprenderemos a hallar las áreas.

En cuanto a las unidades de **volumen** gastamos las mismas medidas pero teniendo en cuenta que aquí se miden tres dimensiones (largo x ancho x alto), por lo que se expresarán elevadas al cubo: **mm^3, cm^3, dm^3, m^3…**

Para controlar el tema de **capacidades** es importante saber que: **1 dm^3 = 1 litro**
Esta información junto con reglas de tres, nos ayudará a calcular las capacidades de las figuras.



3. ¿Cómo cambiar las unidades de medida?



ABREVIATURAS

Km = kilómetros
Hm = Hectómetros
Dam = Decámetros
m = metros
dm = decímetros
cm = centímetros
mm = milímetros

Cada vez que bajamos un escalón multiplicamos por 10 y cada vez que subimos un escalón, dividimos por 10. Para pasar de Km a m, bajo 3 escalones, por lo que multiplico por 1000 (o añado tres ceros), así 1km son 1000m.

4. ¿Cómo hallar el perímetro?

El **perímetro** es la suma de los lados de cualquier polígono o figura. Para hallar el perímetro de cualquier polígono sólo hay que sumar todos sus lados.
Aunque para hallar el perímetro de la circunferencia debemos hacer algo diferente. Si nos imaginamos una rueda dando una vuelta completa, estamos viendo que la longitud de dicha vuelta es el perímetro de la circunferencia de la rueda, es decir; **el perímetro de la circunferencia es su longitud.**



Cualquier rueda, al dar una vuelta completa recorre un camino de una determinada longitud. Si dividimos dicha longitud por el diámetro de la rueda, siempre obtendremos un valor que será el mismo para todas las ruedas, independientemente del diámetro.

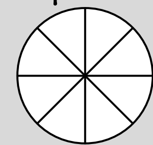
Esta **relación** entre la **longitud de la circunferencia** y su **diámetro** (dos veces el radio) se conoce con un número, el número **Π (pi).** Este número es **3,14**.

Longitud de la circunferencia $= \pi \cdot 2 \cdot r = \pi \cdot D$



4.- Calcula:

a) Una rueda de radio 20 cm, ¿qué longitud recorre cuando efectúa una vuelta completa?



b) ¿Cuántas vueltas debe dar la rueda anterior para recorrer 1000 metros?

5.- El nuevo satélite enviado por la NASA orbita la Tierra a 540 Km de altura. Para resolver esta actividad, antes debes saber que el radio de la tierra es de 6368 Km.

a) ¿Qué distancia recorre en cada vuelta?

b) ¿Qué distancia más recorrería si orbitase a 1 Km más alejado?

5. ¿Cómo hallar el área?



El área es la superficie de las cosas. Puede ocurrir que dos figuras tengan el misma área, aunque las superficies sean diferentes. Observa las figuras:

Dos superficies son **equivalentes** si tienen el mismo área aunque tengan distinta forma.

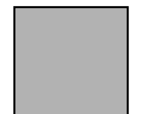


RECUERDA QUE...

El **área** siempre va expresada en la unidad que sea pero al cuadrado, por lo que cuando hagamos un problema de áreas, el resultado SIEMPRE será al **cuadrado**.

ÁREA DEL CUADRADO

Podemos obtener el área de un cuadrado multiplicando su base por su altura. Como son iguales, bastará con elevar el lado al cuadrado:



Área del Cuadrado = lado · lado = l^2

ÁREA DEL RECTÁNGULO

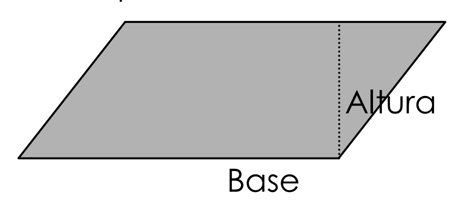
Podemos obtener el área de cualquier rectángulo multiplicando la base por la **altura** (para la que se suele utilizar el símbolo de **h**).



Área del rectángulo = Base · Altura = b · h

ÁREA DEL PARALELOGRAMO

Podemos obtener el área de cualquier paralelogramo multiplicando su base por su altura.



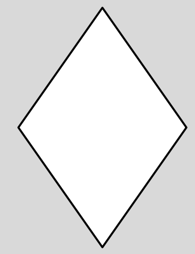
Área del paralelogramo = b · h

6.- Calcula:

a) El área de un rectángulo de base 5 cm y de altura 10 cm.

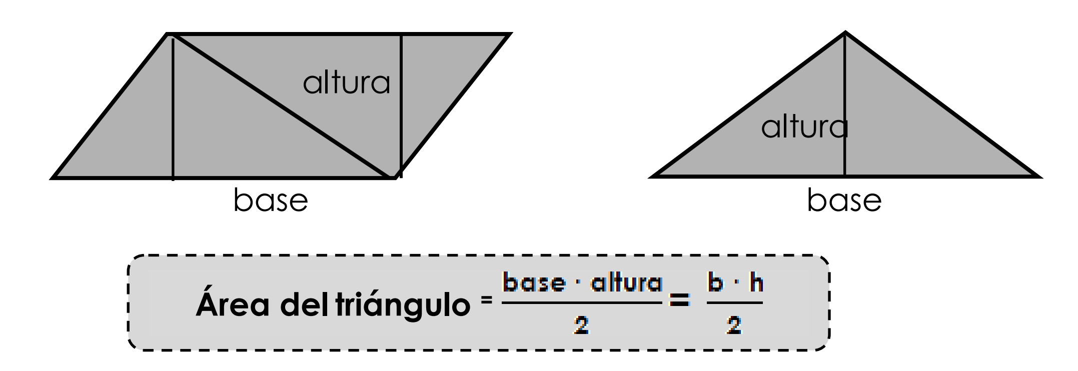
b) Si un paralelogramo tiene un área de 24 cm^2 y su base es de 3 cm, determina la altura del mismo.

7.- A partir de estrategias como las utilizadas hasta ahora justifica cómo podrías calcular el área de un rombo. Si la diagonal mayor mide 8 cm y el lado mide 5 cm, calcula el área del rombo.



ÁREA DEL TRIÁNGULO

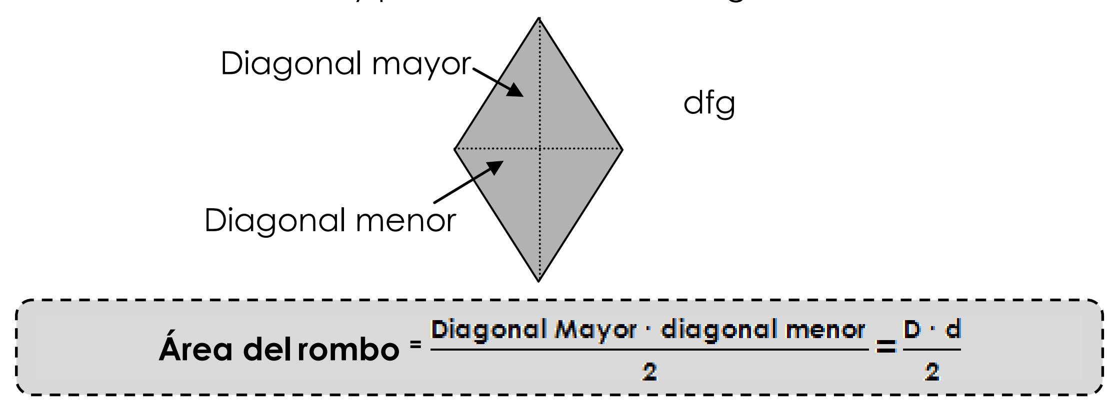
Observa la figura y verás que es un paralelogramo. También observa cómo está dividido en dos partes y cómo cada una de ellas forma un triángulo. Entonces el área de cada triángulo será la mitad del área del paralelogramo. Así la fórmula para calcular su área será:



Área del triángulo = $\frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$

ÁREA DEL ROMBO

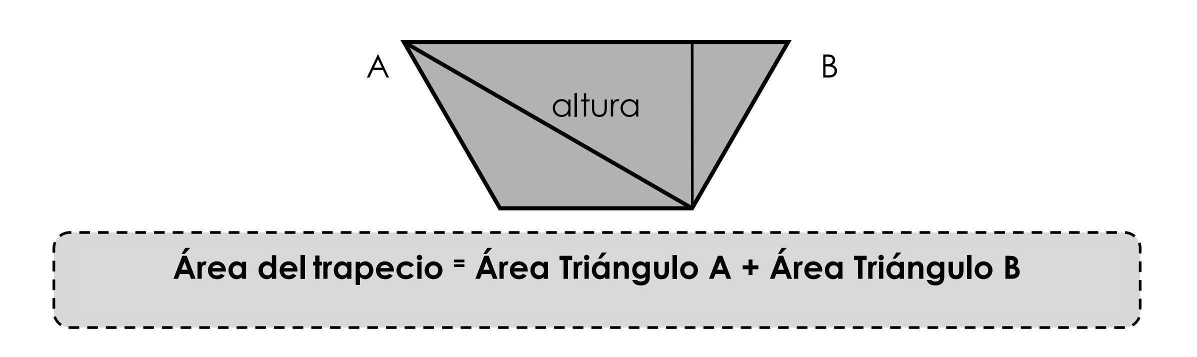
El área del rombo es muy parecida a la del triángulo:



Área del rombo = $\frac{\text{Diagonal Mayor} \cdot \text{diagonal menor}}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$

ÁREA DEL TRAPECIO

Si observamos un trapecio, vemos que trazando una línea diagonal obtenemos dos triángulos. Para obtener el área del **trapecio,** solo tenemos que **sumar las áreas de los dos triángulos.**

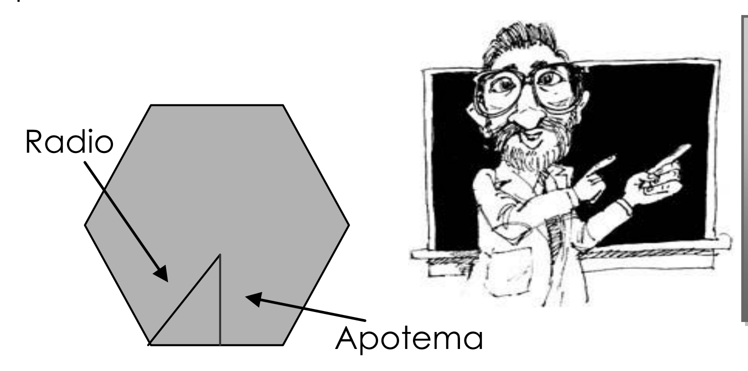


Área del trapecio = Área Triángulo A + Área Triángulo B



ÁREA DEL POLÍGONO REGULAR

En cualquier polígono regular se puede calcular su área calculando cada uno de los triángulos isósceles y sumando las áreas de todos... pero también existe otra forma de hacerlo más práctica:



RECUERDA QUE...

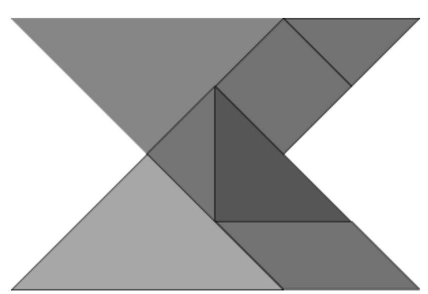
En un hexágono regular hay una propiedad que dice que el **radio del hexágono** mide lo mismo que el **lado**

Área del polígono regular = $\frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$

Recuerda que el **perímetro es la longitud de todos los lados de la figura**.

POLÍGONOS IRREGULARES

Se puede calcular el área de cualquier polígono cubriendo su superficie mediante figuras geométricas que nos sean más fáciles de calcular. Calculamos el área de cada una de ellas y las sumamos para obtener el área total.



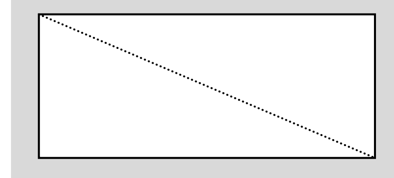
Para calcular el área de esta figura deberemos hallar:

- El área de un triángulo⇨ $A_{triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$
- El área de un paralelogramo⇨ $A_{paralelogramo} = b \cdot h$
- El área de un trapecio⇨(calculamos el área de los 2 triángulos y sumamos sus áreas) $A_{trapecio} = A_{triángulo\ A} + A_{triánguloB}$
- Por último sumamos el resultado de las tres áreas y obtenemos el área total de la figura.

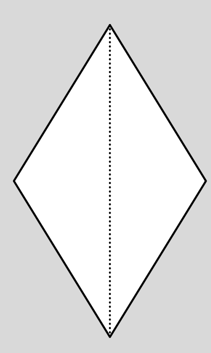
$$A_{polígono\ irregular} = A_{triángulo} + A_{paralelogramo} + A_{trapecio}$$



8.- Halla el área de un rectángulo cuya diagonal mide 10 cm y uno de sus lados 6 cm.



9.- El lado de un rombo mide 10 cm y su diagonal mayor 12 cm. Halla su área.

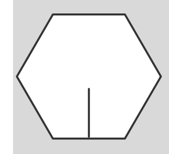


10.- Utilizando la fórmula del área del trapecio, determina la base mayor de un trapecio de altura 4 cm y de superficie 14cm2, sabiendo que la base menor es de 2.

11.- Calcula el área de un trapecio de 10cm de altura y cuyas bases miden 200 mm y 160 mm. Expresa la medida en centímetros cuadrados.

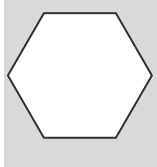
12.- Determina el área de un pentágono regular cuyo lado es de 5 cm y cuya apotema vale 4 cm.

13.- Halla la apotema de un hexágono regular de 20 cm de lado.

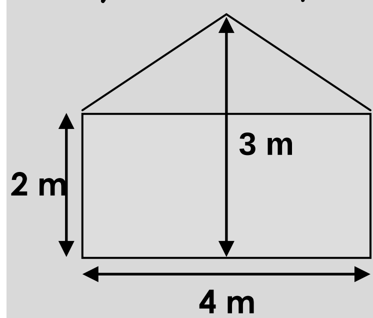


14. Calcula el perímetro y el área de un hexágono regular de 8 cm de lado.

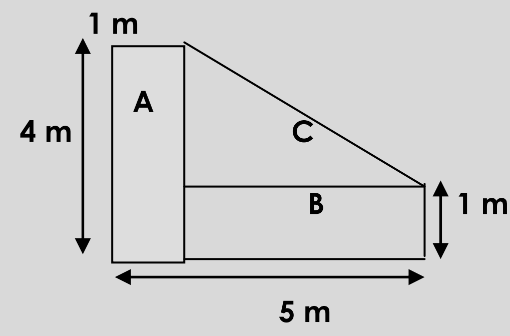




15.-Calcula la superficie de cristal necesaria para cubrir una ventana con la forma y dimensiones que representa la figura:



16.- a) Calcula el área del dormitorio cuya forma y dimensiones representa la figura:



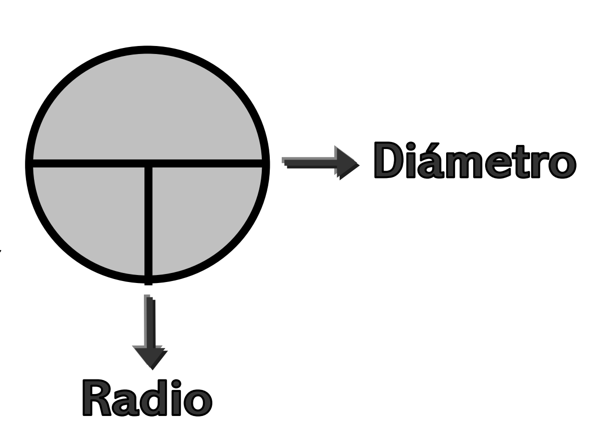
b) Se quiere poner un rodapié alrededor del dormitorio. ¿Cuántos metros necesito?

ÁREA CIRCUNFERENCIA

Vamos a definir algunos conceptos:

- Radio: segmento que une el centro con cualquier punto de la circunferencia.
- Diámetro: cuerda que pasa por el centro justo de la circunferencia.

Para calcular el área del círculo sólo nos hace falta conocer el radio:

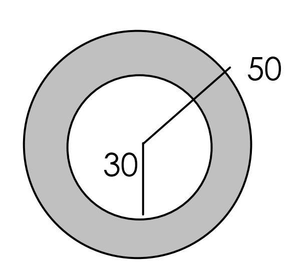


Área circunferencia $= \pi \cdot r^2$



RECUERDA QUE...

Para diferenciar las fórmulas de la **longitud** y del **área** de la circunferencia, debes recordar que el **área mide 2 dimensiones** y por eso el radio va al **elevado al *cuadrado*** *(Πr^2)*



Se llama **corona circular** a la porción de plano limitada por dos circunferencias:

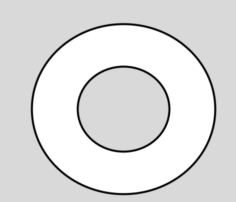
Para saber cuánto vale el área de la corona podemos hacer dos cosas:

A. Hallar el área del círculo grande y restarle el área del círculo pequeño.
B. Aprender la formula de la corona circular, donde nos saldrá directamente el resultado:

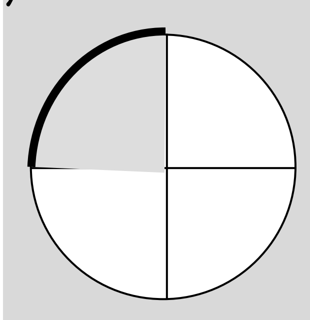
Área corona circular = $\pi (R^2 - r^2)$



17.- Un estanque circular de 6m de radio está rodeado por un sendero de 1m de anchura. Halla el área del sendero.



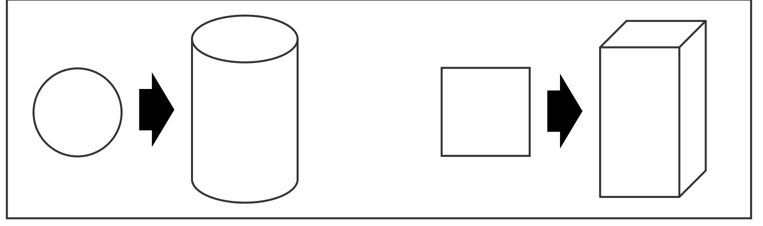
18.- Se quiere poner césped en la parte sombreada del dibujo que corresponde a una pista de lanzamiento de jabalina. El ángulo del sector sombreado es de 90 grados y el radio 5 metros. ¿Qué superficie será necesario cubrir?

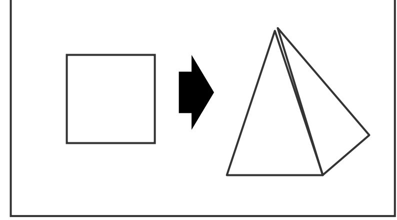


6. ¿Cómo hallar el volumen?

CILINDRO, PRISMA Y PIRÁMIDE:

Fíjate que el cilindro viene del círculo y el prisma viene de un cuadrado. En las pirámides, la diferencia es que aquí no se repite la base, sino que acaba en punta.





CILINDRO **PRISMA** **PIRÁMIDE**

Para calcular los volúmenes de las figuras sólo tenemos que saber de qué figura proviene (rectángulo, cuadrado, círculo...), y luego ver si es un prisma o es una pirámide. Sigue estos pasos:

1. **Calcular el área de la figura** de la base.
2. Darnos cuenta si el objeto es un **prisma**, **cilindro** o una **pirámide**:

- Si es un **PRISMA O CILINDRO**, multiplicaremos el área de la figura por la altura y tendremos el volumen.

$$\text{Volumen prisma} = \text{Área}_{base} \cdot \text{altura}$$

- Si es una **PIRÁMIDE**, multiplicaremos el área de la figura por la altura y la dividiremos entre 3.

$$\text{Volumen pirámide} = \frac{\text{Área} \cdot \text{altura}}{3}$$

ESFERA:

La fórmula del volumen de la esfera es:

Volumen pirámide = $\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$



Como decíamos al principio del tema, gastamos las mismas unidades de volumen (mm, cm, dm, m, Dam, Hm, Km...) pero teniendo en cuenta que medimos 3 dimensiones (largo x ancho x alto), por lo que **el resultado será elevado siempre al cubo**: mm^3, cm^3, dm^3, m^3, Dam^3, Hm^3, Km^3...





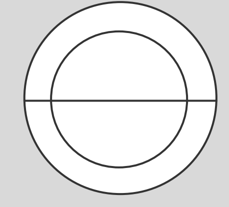


19.- Una lata de refresco tiene una altura de 15 cm y el diámetro de la base es de 8 cm. ¿Cuál es el volumen de la lata? Si queremos envasar 1000 l de refresco ¿cuántas latas necesitamos?



20.- Se quiere construir un jardín de 1 m de ancho alrededor de una fuente circular de 4 m de diámetro.

A/ ¿Qué superficie ocupa la fuente?



B/ Si la profundidad de la fuente es de 0.75 m ¿cuántos litros caben?

C/ Si el metro cuadrado de césped cuesta 12 euros ¿cuánto cuesta cubrir todo el jardín?

D/ Si los paquetes de césped fuesen en paquetes de 7 m^2 ¿cuántos paquetes harían falta comprar para cubrir el jardín?

E/ Se quiere rodear el jardín con una valla ¿cuántos m lineales son necesarios?



21.- Los bricks de leche miden 166 mm, 95 mm y 65 mm ¿cuál es el volumen en cm?



25.- Las pelotas de tenis se envasan en tubos (cilindros) que contienen tres pelotas. Sabiendo que cada pelota tiene un diámetro de 8 cm, calcula:

a) La longitud del cilindro.

b) El volumen del cilindro.



26.- Una pirámide cuadrada tiene por perímetro de la base 60 cm. Calcula el volumen si la altura es de 25 cm.



ESTADÍSTICA

1. ¿Qué es la estadística?
2. ¿Cómo organizamos los datos?
3. ¿Cómo representamos gráficamente los datos?

Diagramas de barras
Polígonos de frecuencias
Gráfico de sectores
Histograma
Pirámides de población
Cartogramas
Pictogramas

4. ¿Qué es la probabilidad?



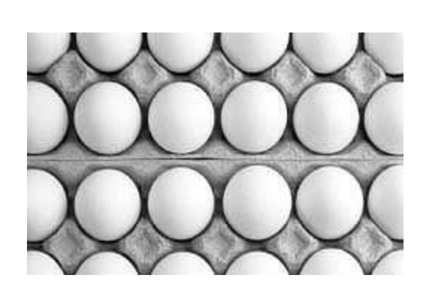
1. ¿Qué es la estadística?

Es la ciencia que utiliza las matemáticas para conocer y predecir resultados. Alguna vez habrás oído hablar de las encuestas y/o estadísticas. Normalmente se usan para recibir información del comportamiento humano, así las encuestas pueden dar información sobre la intención de voto de una población, sobre el número de accidentes de tráfico en el fin de semana, sobre la edad media de los habitantes de una ciudad…
Pero ¡ojo! Hay que saber interpretar los resultados para no sacar conclusiones erróneas, veamos unos ejemplos:



- ✓ Un hombre tenía miedo de tomar un avión por aquello de los secuestros aéreos. Mirando unas estadísticas, encontró que la probabilidad de que hubiese una bomba en su vuelo era de 1 entre 1.000, mientras que la probabilidad de que hubiese dos era 1 entre 100.000. Por lo tanto, tomó el avión llevando él mismo una bomba.
- ✓ En realidad, volar en avión es muy seguro. Prácticamente la totalidad de los fallecidos en accidentes aéreos han muerto al llegar al suelo.
- ✓ En Nueva York un hombre es atropellado cada diez minutos. El pobre tiene que estar hecho polvo.
- ✓ La probabilidad de tener un accidente de tráfico aumenta con el tiempo que te pases en la calle. Por tanto, cuanto más rápido circules, menor es la probabilidad de que tengas un accidente.

Así pues, para aprender bien a manejar datos estadísticos y saber interpretar la información correctamente vamos a aclarar unos conceptos:



- **Población:** conjunto de elementos que queremos conocer.
- **Muestra:** parte de la población que vamos a analizar. En las encuestas la muestra son las personas que han contestado a ella. La muestra debe ser representativa, es decir, debe haber "un poco de todo". Se representa con la letra **N**.

A las características de la muestra les llamamos **variables** y pueden ser de 2 tipos:

1. **Cualitativos**: son los que **no se pueden medir** (el color de ojos, del pelo…)

2. **Cuantitativos:** son aquellos que **sí podemos medir**, o sea, números (la edad, la altura, la cilindrada de una moto...) Podemos distinguir 2 tipos:

   ⇨ Variables discretas: son siempre números enteros, por ejemplo el número de hijos: 1,2,3…., que nunca podrán ser decimales(o'5, 7'3…).

   ⇨ Variables continuas: son números que pueden ser enteros o decimales: las cantidades, el peso..., así se puede ordenar los pesos de varias personas entre 68 y 69 Kg (68.1, 68.2, 68´3... 68.9).

2. ¿Cómo organizamos los datos?

Media: refleja el punto medio o más cercano a todos los datos. Es la suma de todos los datos de la variable, dividida por el número de datos. Se expresa con este símbolo $\overline{x}$.



$$\overline{x} = \frac{\text{Suma de todos los datos}}{N}$$

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{N}$$

Ejemplos:

1. Los pesos de seis amigos son: 84, 91, 72, 68, 87 y 78 kg. Hallar el peso medio.

$$\overline{x} = \frac{84 + 91 + 72 + 68 + 87 + 78}{6} = 80\text{kg}$$

2. En un test realizado a un grupo de 42 personas se han obtenido las puntuaciones que muestra la tabla. **Calcula la puntuación media**.

x_i	f_i	$x_i \cdot f_i$
15	1	15
25	8	200
35	10	350
45	9	405
55	8	440
65	4	260
75	2	150
	42	1 820

$$\bar{x} = \frac{1820}{42} = 43{,}33$$

Donde X_1 son las puntuaciones obtenidas en el test y f_1 es la **frecuencia**, es decir el número de personas que han recibido cada una de las puntuaciones.

Moda: refleja el dato que más se repite. Solo tendremos que mirar en la frecuencia y ver qué dato se repite más. La moda es el valor que tiene mayor frecuencia absoluta. Se representa por **Mo**. Se puede hallar la moda para variables cualitativas y cuantitativas.

Hallar la **moda** de la distribución:

2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5

Mo= 4

Si **dos puntuaciones adyacentes** tienen la **frecuencia máxima**, la **moda** es el **promedio** de las dos puntuaciones adyacentes.

0, 1, 3, 3, 5, 5, 7, 8 **Mo =** $\frac{3+3+5+5}{4} = 4$ **Mo = 4**

3. ¿Cómo representamos gráficamente los datos?

Normalmente cuando vemos informaciones estadísticas es a través de gráficos y no de tablas. En este punto vamos a ver dos tipos. Representan los datos del ejemplo anterior:

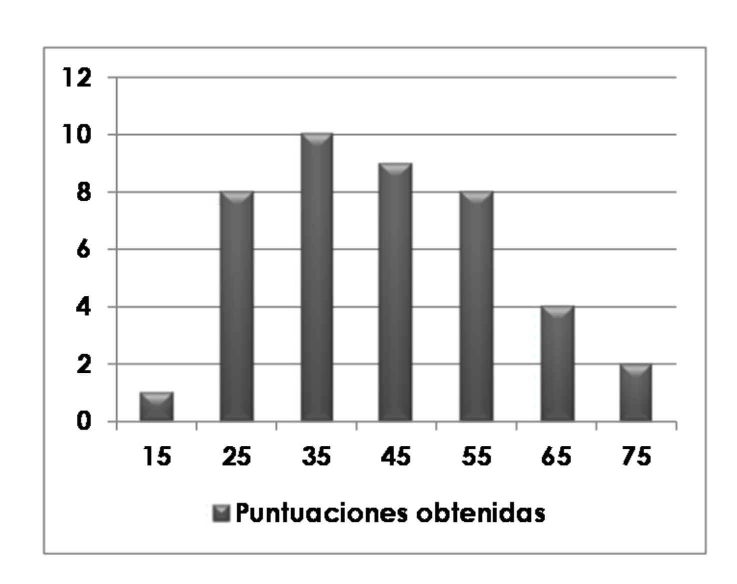
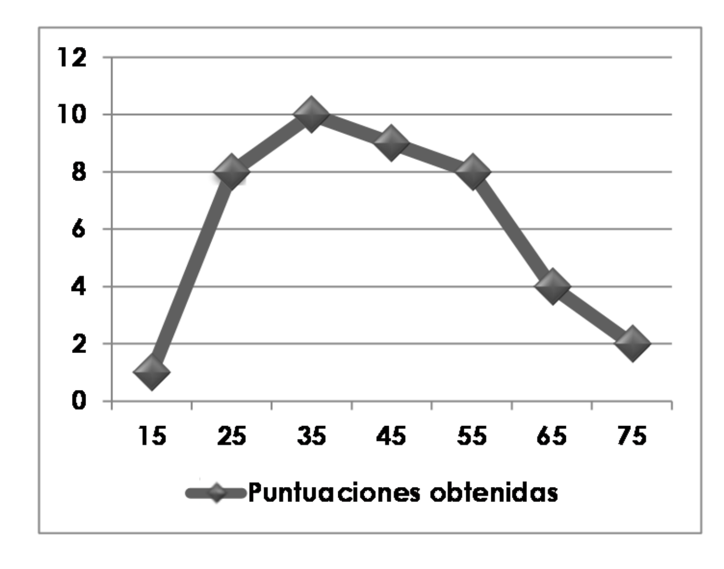


DIAGRAMA DE BARRAS

El diagrama de barras consiste en dibujar segmentos verticales cuyo pie es el correspondiente al valor de la variable, y cuya altura es la frecuencia de dicho valor.



POLÍGONOS DE FRECUENCIAS

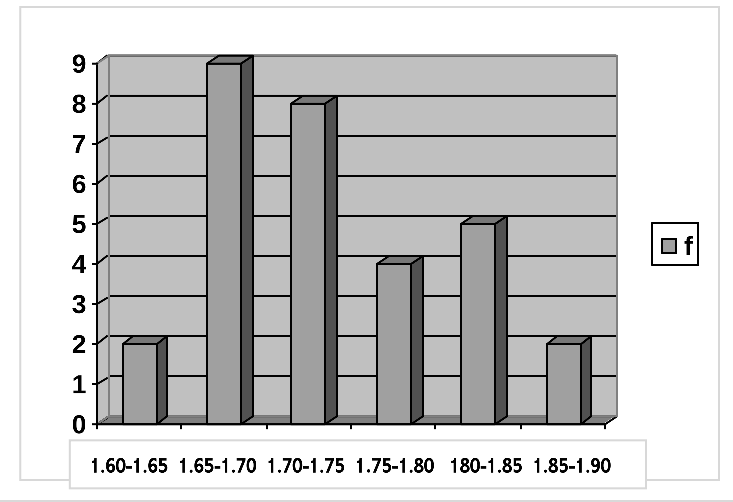
Un polígono de frecuencias se forma trazando los puntos que representan las frecuencias y uniéndolos Observa como aumenta o desciende la frecuencia a través de una línea.

Cuando utilizamos variables continuas (2'5, 3'5, 4'5...) puede ocurrir que la variable tiene muchos valores. Entonces es mejor que los agrupemos en intervalos. Un **intervalo** es la acumulación de varios datos entre dos valores.

Para agrupar los datos tendremos en cuenta el rango (o recorrido de la variable), que es la diferencia entre el valor máximo y el valor mínimo. Por ejemplo, si seleccionamos las alturas de 30 alumnos, tendríamos que las alturas de todos se distribuyen entre 1,60-1,87 cm. El rango se obtiene restando los dos valores (1,87–1,60= 0.27) será entonces 0.27. Parece lógico tomar intervalos desde 1.60 a 1.90, de 5 en 5 centímetros:

ALTURA ALUMNOS

1,75	1,72	1,67	1,69	1,80
1,65	1,79	1,68	1,68	1,70
1,63	1,69	1,71	1,85	1,83
1,77	1,71	1,74	1,83	1,60
1,87	1,74	1,72	1,76	1,69
1,81	1,68	1,73	1,69	1,80





1.- Hemos realizado un estudio sobre el número de hijos que tiene una familia. Para ello se tomó como muestra un total de 50 familias, obteniéndose el resultado que aparece en la tabla.

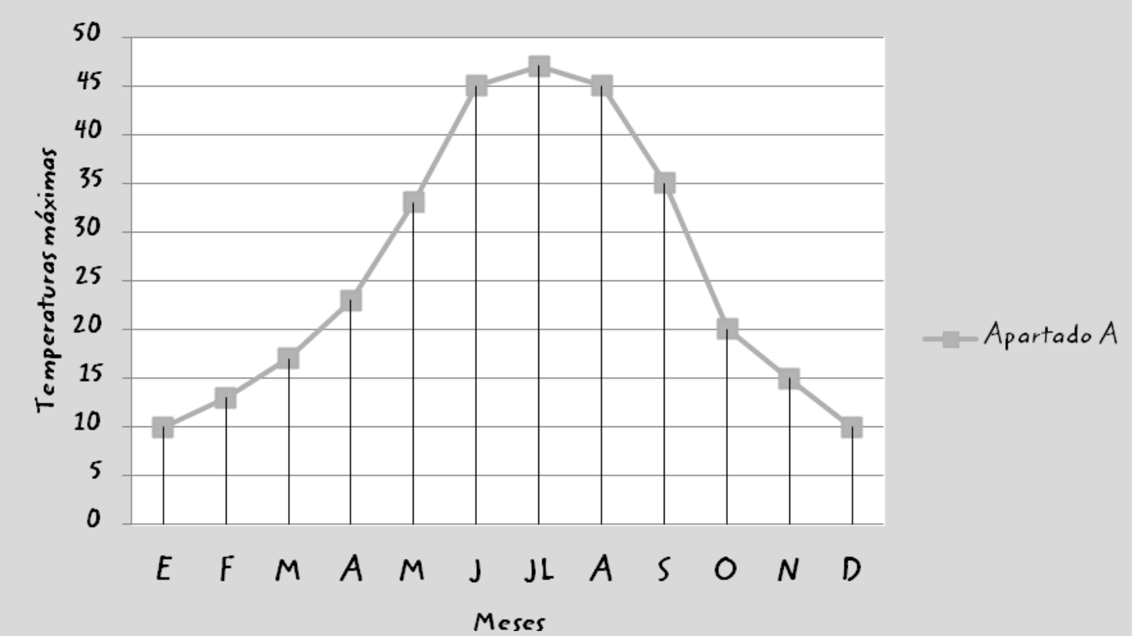
x (nº hijos)	f
0	9
1	12
2	18
3	6
4	3
5	2

a) El número de hijos, ¿qué tipo de variable es? ¿Por qué?

b) ¿Qué tanto por ciento de las 50 familias tienen dos hijos?

c) ¿Cuál es la media? ¿Y la moda?

2.- El siguiente gráfico representa las temperaturas máximas mensuales registradas durante un año en una determinada ciudad.





a) Confecciona una tabla con los valores de la gráfica anterior.

Meses												
Temperaturas Máximas												

b) ¿Cuál es la temperatura máxima?



c) Representa en la gráfica anterior con boli azul, la evolución de las temperaturas mínimas registradas en esa misma ciudad.

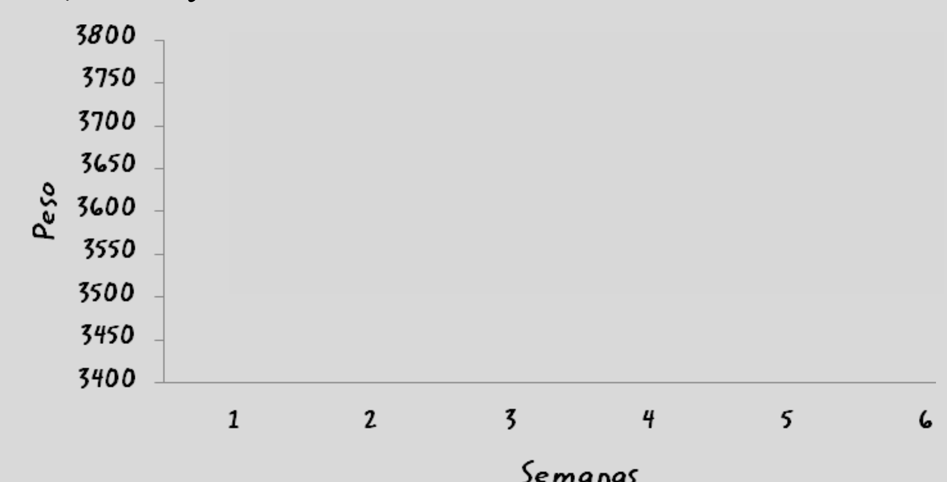
Meses	E	F	M	A	M	J	JL	A	S	O	N	D
Temperaturas Máximas	1	2	8	10	13	21	23	23	19	16	9	4



3. Un bebe al nacer pesó 3500 gramos. Si gana peso a razón de 40 g semanales, completa la siguiente tabla:

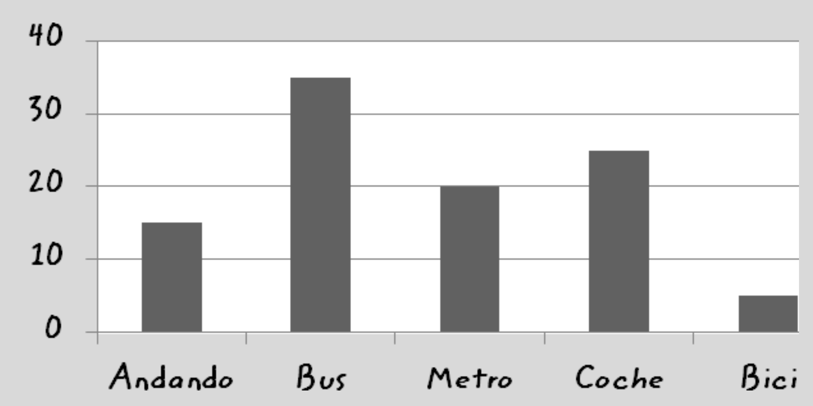
Semana	0	1	2	3	4	5	6
Peso	3500						

a) Representa graficamente los datos de la tabla anterior:



b) Obtén la fórmula que da el peso del bebé en función del número de semanas de vida.

4. Se ha preguntado a todos los empleados de una empresa el medio de transporte que utilizan asiduamente para ir a trabajar. El resultado es este:



a) ¿Qué nombre recibe el diagrama anterior?

b) ¿Cuántos empleados de la empresa van en bus?

c) ¿Cuántos empleados tiene la empresa?

d) ¿Cuál es el porcentaje de los que utilizan el metro como medio de transporte para ir a trabajar?



5. Hemos consultado en diferentes comercios el precio de una determinada cámara fotográfica y hemos obtenido estos precios:

260-280-305-295-295-280-285-285-280-275

Calcula la media y la moda de esos precios.



6. Un grupo de amigas deciden ponerse juntas a régimen de adelgazar. En el momento de empezar sus pesos son:

80, 77, 76, 62, 68, 71, 67, 71

a. ¿Cuál es el peso medio de las amigas?

b. ¿Y la moda?



7. Cuatro amigos juegan a la lotería todas las semanas. Durante 8 semanas estos han sido los resultados:

-3.000, -3.000, +10.000, +5.000, -6.000, -1.000, +5.000, +3.000

Teniendo en cuenta que los valores negativos representan pérdidas y los positivos ganancias,

a) Calcula el promedio de ganancias entre los cuatro en estas ocho semanas.

b) ¿Y cada uno?

4. ¿Qué es la probabilidad?



Lanza un dado 50 veces y fíjate bien en las veces que sale cada cara. Esto nos llevaría a sacar la siguiente conclusión: todos los números del dado al azar tienen las mismas posibilidades de salir. Se dice que tienen la misma **probabilidad** de ocurrir.

Imagínate que tenemos en esta urna 10 bolas del mismo tamaño pero de distintos colores. Realizamos el experimento de sacar una bola al azar (sin mirar):



Para calcular la probabilidad al azar tenemos la **regla de Laplace.**

$$P(a) = \frac{\text{Nº de casos favorables}}{\text{Nª de casos posibles}}$$

Si queremos saber la probabilidad del suceso "**sacar bola negra**", al número de bolas negras que hay en la urna se le llama "**número de casos favorables**" (favorables al suceso), y al número total de bolas que hay en la bolsa se le llama "**número de casos posibles**". Por tanto la probabilidad de sacar bola negra en la urna anterior será:

$$P\ (\text{bola negra}) = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

Al poner la fórmula, siempre ponemos ente paréntesis la probabilidad de lo que tenemos que hallar.



RECUERDA QUE...

La probabilidad de cualquier cosa siempre será un número comprendido entre el 0 y el 1, donde 0 significa que no ocurrirá nunca y 1 que ocurrirá siempre.

Si en un problema nos dicen con o sin reemplazamiento, cambiará el número de casos posibles:

- **con reemplazamiento** el total será siempre el mismo
- **sin reemplazamiento** habrá un caso posible menos

¿Cómo se hacen este tipo de problemas?

Ejemplo: Se extraen sucesivamente 3 esferas de una caja que contiene 6 esferas rojas, 4 blancas y 5 azules. Hallar la probabilidad de que sean extraídas en el orden roja, blanca y azul, Si las extracciones son:

a) con reemplazamiento:

Tenemos 15 bolas de las cuales 6 son rojas, por lo que la probabilidad de que la bola sea roja es: $\frac{6}{15}$ **= 0,4**

Volvemos a meter esta bola. Ahora, para sacar la 2ª bola disponemos otra vez de 15 bolas de la cuales 4 son blancas por lo que la probabilidad de que la segunda bola sea blanca es: $\frac{4}{15}$ **= $0,2\widehat{6}$**

Se vuelve a meter la bola. A la hora de sacar la tercera bola, volvemos a disponer de 1 bolas de las cuales 5 son azules, por lo que la probabilidad de que la tercera bola sea azul es: $\frac{5}{15}$ **= $0,\widehat{3}$**

Por lo tanto la probabilidad que las bolas sean extraídas en el orden roja, blanca y azul es:

$$\left(\frac{6}{15}\right) \cdot \left(\frac{4}{15}\right) \cdot \left(\frac{5}{15}\right) = (0{,}4) \cdot (0{,}2\widehat{6}) \cdot (0{,}\widehat{3}) = \mathbf{0{,}031}$$

b) sin reemplazamiento:

Tenemos 15 bolas de las cuales 6 son rojas, por lo que la probabilidad de que la primera bola que saque sea roja es: $\frac{6}{15}$ **= 0,4**

A la hora de sacar la segunda bola disponemos de 14 bolas de las cuales 4 son blancas, por lo que la probabilidad de que la segunda bola que saque sea blanca es: $\frac{4}{14}$ **= 0,28**

Por último, cuando voy a sacar la tercera bola disponemos de 13 bolas de las cuales 5 son azules, por lo que la probabilidad de que la tercera bola que saque sea azul es: $\frac{5}{13}$ **= 0,38**

Por lo tanto la probabilidad que las bolas sean extraídas en el orden roja, blanca y azul es:

$$\left(\frac{6}{15}\right) \cdot \left(\frac{4}{14}\right) \cdot \left(\frac{5}{13}\right) = (0{,}4) \cdot (0{,}28) \cdot (0{,}38) = 0{,}042$$



8. la siguiente tabla da el número de alumnos que han acabado sus estudios en la Universidad de Valencia, durante el curso 96/97:

	Mujeres	Hombres	Total
Arquitectura	109	234	343
Informática	84	231	315
Industriales	102	273	375
Agrícola	106	149	255
Totales	401		

a) Si seleccionamos uno al azar del total del alumnado, calcula la probabilidad de que sea mujer.

b) Si seleccionamos uno al azar del total del alumnado de informática, calcula la probabilidad de que sea mujer. ¿y de que sea hombre?

9. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos, al lanzar un dado?

a) Salir el número 3.

b) Salir un número par.

c) Salir un número mayor que 1.

d) Salir el número 8.

e) Salir un número menor que 5.



10. Hemos consultado el precio (en euros) de un determinado lector de DVD en 8 establecimientos diferentes. Los datos obtenidos son: 146, 152, 141, 141, 148, 141, 149, 158

Calcula:

a) La media.

b) La moda.

c) Haz una tabla de frecuencias y dibuja un diagrama de barras.



11. En una bolsa tenemos 5 bolas blancas, 3 bolas rojas y 2 azules. Extraemos 2 bolas,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas, si después de ver la primera bola se vuelve a introducir en la bolsa? (con reemplazamiento).

b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas, si después de ver la primera bola no se vuelve a introducir en la bolsa? (sin reemplazamiento)



12. La siguiente tabla muestra la incidencia de lectura de periódicos en hombres y mujeres. La muestra ha sido tomada a 500 personas.

a) Completa esta tabla:

	Hombres	Mujeres	Total
Leen			203
No leen		175	
Total	241		500

a) Calcula la probabilidad de que una persona elegida sea mujer y lectora.



13. En una clase hay 15 chicas y 10 chicos. De todos ellos, 16 están en el taller de matemáticas, y se sabe que hay 4 chicos que no están en dicho taller. De acuerdo con esta información, completa la tabla:

	Taller	No taller	Total
Chicas			
Chicos			
TOTAL			



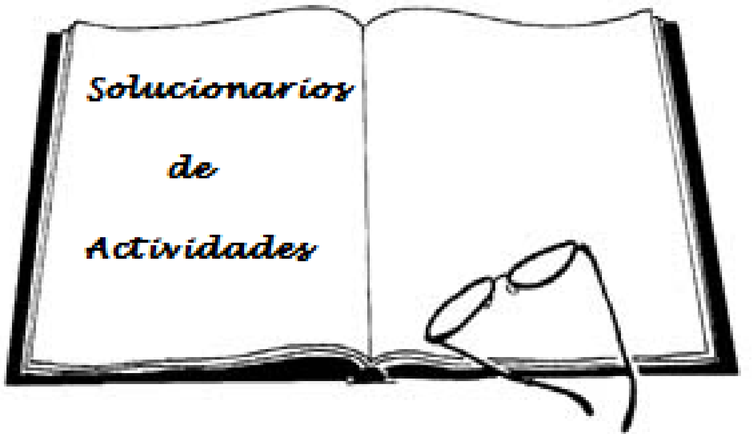
14. El número de hijo de 10 familias es el siguiente:

5, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 4

a) ¿Cuál es el número medio de hijos?

b) Calcula la moda de esta muestra.

SOLUCIONARIOS



TEMA 1: LOS NÚMEROS NATURALES Y OPERACIONES BÁSICAS

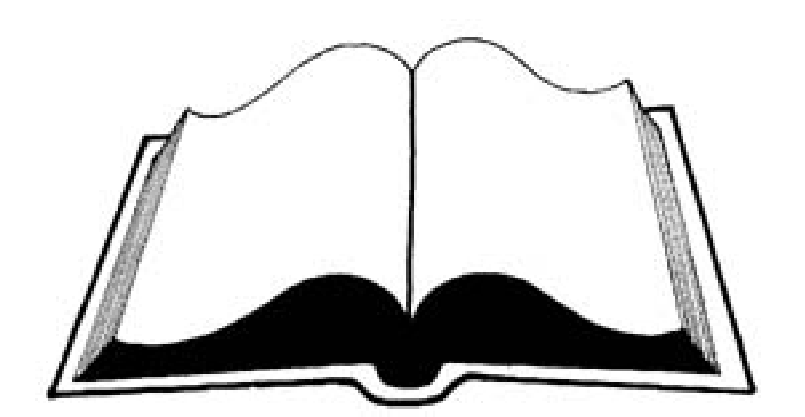
TEMA 2: LOS NÚMEROS ENTEROS: POSITIVOS Y NEGATIVOS

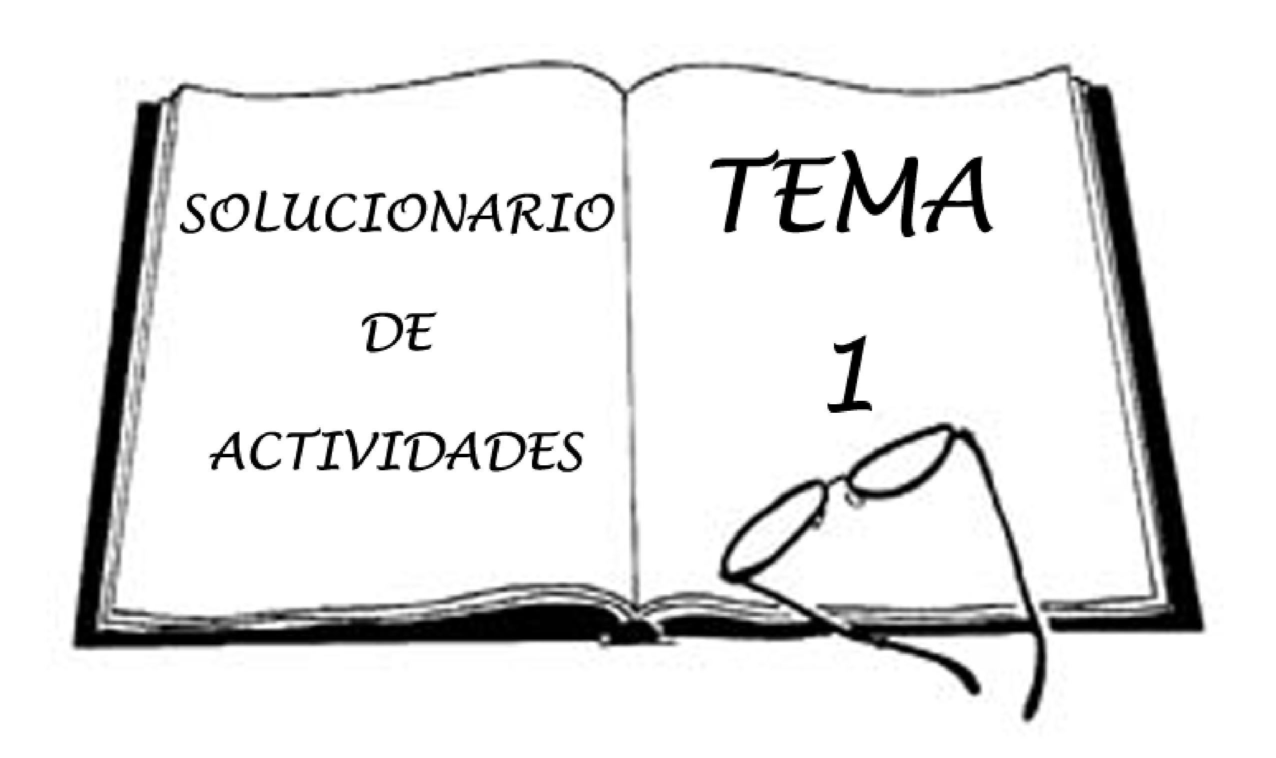
TEMA 3: FRACCIONES

TEMA 4: EL LENGUAJE ALGEBRAICO: ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

TEMA 5: MEDIDAS DE LONGITUD, SUPERFICIE Y VOLUMEN

TEMA 6: ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD





1. Una señora se va a comprar y lleva en la cartera 75 euros, y compra 3 Kg. de cacahuetes que cuestan 4 euros/Kg, y un libro que cuesta 12 euros. ¿Cuánto dinero le sobrará en la cartera después de la compra?

DATOS

Cartera → 75 e

3kg x 4 e/kg

Libro → 12 e

Cacahuetes: → $3 \times 4 = 12$ e

Libro: → 12 e

Cacahuetes + Libro : $12 + 12 = 24$ e

Dinero cartera – cacahuetes – libro:

$75 - 24 = 51$ e

Le sobra 51 euros

2. ¿Cuantos meses hay en 9 años? ¿Y cuántos hay en 18 años?

DATOS

1año = 12 meses

$9 \times 12 =$ **108** meses

$18 \times 12 =$ **216** meses

3. Pedro quiere repartir 168 monedas entre 8 niños, ¿cuántas monedas tendrá cada niño?

<u>DATOS</u>

Repartir 168 monedas entre 8 niños

```
168 | 8
008   21
  0/
```

Cada niño tendrá 21 monedas

4. Hay en clase 7 paquetes de 25 cuadernos. Hemos gastado 67 cuadernos, ¿cuántos quedan?

<u>DATOS</u>

7 paquetes de 25 cuadernos

Gastamos 67 cuadernos

¿Cuántos quedan?

$25 \times 7 = 175$ Cuadernos

$175 - 67 =$ **108 Cuadernos**

Quedan 108 cuadernos

5. Escribe cinco múltiplos de los siguientes números:

5 ⇨ 5, 10, 15, 20, 25

18 ⇨ 18, 36, 52, 72, 90

20 ⇨ 20, 40, 60, 80, 100

11 ⇨ 11, 22, 33, 44, 55

7 ⇨ 7, 14, 21, 28, 35

6. Escribe todos los divisores de los siguientes números:

8 ⇨ 8, 4, 2, 1

18 ⇨ 18, 9, 6, 3, 2, 1

36 ⇨ 36, 18, 9, 6, 3, 2, 1

15 ⇨ 15, 5, 3, 1

48 ⇨ 48, 24,16, 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1

7. En un supermercado solo se venden los yogures en bloques de 4 unidades. Escribe la sucesión formada por el número posible de yogures que se pueden comprar.

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36…

8. ¿De cuentas formas podemos colocar en filas y columnas los 30 alumnos de una clase?

Filas	1	2	3	5	6	10	15	30
Columnas	30	15	10	6	5	3	2	1

9. Factoriza los siguientes números: 30, 56 y 72:

30	2
15	3
5	5
1	

56	2
28	2
9	3
3	3
1	

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$56 = 2^3 \cdot 7$

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

10. Factoriza los siguientes números:

$18 = 2 \cdot 3^2$

18	2
9	3
3	3
1	

$36 = 2^2 \cdot 3^2$

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$54 = 2 \cdot 3^3$

54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$95 = 5 \cdot 19$

95	5
19	19
1	

$125 = 5^3$

125	5
25	5
5	5
1	

$72 = 2^3 \cdot 3^2$

72	2
36	2
18	2
9	3
3	3
1	



11. Calcula el mínimo común múltiplo de:

a) 36 y 38.-

1) Descomponemos en factores primos:

$36 = 2^2 \cdot 3^2$ $\quad$ $38 = 2 \cdot 19$

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

38	2
19	19
1	

2) Señalamos los que no se repiten y de los que se repiten los de mayor exponente:

$36 = 2^2 \cdot 3^2$

$38 = 2^2 \cdot 19$

3) Multiplicamos estos números y hallamos el m.c.m:

m.c.m. $(36 \text{ y } 38) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 19 = 4 \cdot 9 \cdot 19 =$ **684**

b) 55,33 y 11.-

1) y 2)

$55 = 5 \cdot 11$ $\quad$ $33 = 3 \cdot 11$ $\quad$ $11 = 11$

55	5
11	11
1	

33	33
11	11
1	

11	11
1	

3) m.c.m. $(55, 33 \text{ y } 11) = 5 \cdot 3 \cdot 11 =$ **165**

c) 45, 25 ,60.-

1) Y 2)

$45 = 3^2 \cdot 5$ $\quad$ $25 = 5^2$ $\quad$ $60 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5$

45	3
15	3
5	5
1	

25	5
5	5
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

3) m.c.m. $(45, 25 \text{ y } 60) = 3^2 \cdot 5^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 25 \cdot 4 =$ **900**





12. Calcula el Máximo Común Divisor de:

a) 8 y 48.-

$8 = 2^3$

8	2
4	2
2	2
1	

$48 = 2^3 \cdot 3^2$

48	2
24	2
6	3
3	3
1	

M.C.D.(8 Y 48) = $2^3 = 8$

b) 30 y 45.-

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

30	2
15	3
5	5
1	

$45 = 3^2 \cdot 5$

45	3
15	3
5	5
1	

M.C.D. (30 Y 45) = $3 \cdot 5 =$ **15**

c) 12 y 15.

$12 = 2^2 \cdot 3$

12	2
6	2
3	3
1	

$15 = 3 \cdot 5$

15	3
5	5
1	

M.C.D. (12 Y 15) = **3**

13. Una pareja que trabaja como ATS tiene guardias nocturnas. Él cada 8 días y ella cada 10. Si coinciden el 1 de enero haciendo guardia ¿cuánto tardarán en coincidir de nuevo?, ¿cuántas veces al año les toca guardia a la vez y tienen que contratar a una persona para que cuide a sus hijas?

1) Como lo que se quiere es repetir (en este caso el día en el que coinciden) hacemos el m.c.m.(8y10)

$8 = 2^3$ $\quad$ $10 = 2 \cdot 5^2$

8	2	10	2
4	2	5	5
2	2	1	
1			

m.c.m. $(8y10) = 2^3 \cdot 5 =$ **40**

Tardan 40 días en coincidir

2) Si coinciden cada 40 días y hay 365 días en el año:

$365 : 40 = 9{,}1$

Coinciden 9 veces

14. Tenemos dos cuerdas, una de 12m. y la otra de 8m. ¿Cómo las dividiremos de modo que los trozos de una sean de igual longitud que los de otra y lo más largos posibles?

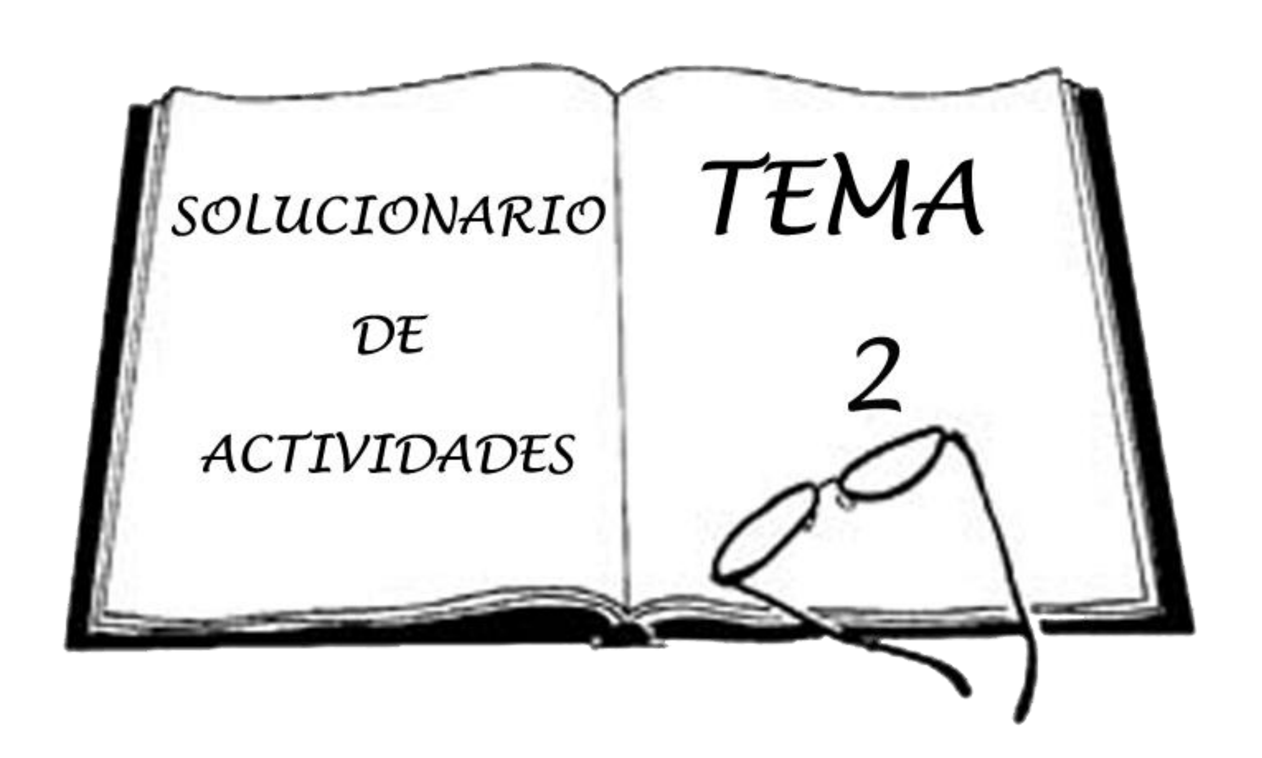
Como se trata de dividir utilizaremos el M.C.D. (12y8)

$12 = 2^2 \cdot 3$ $\quad$ $8 = 2^3$

12	2	8	2
6	2	4	2
3	3	2	2
1		1	

M.C.D. (12 Y 8) $= 2^2 = 4$

Se tienen que dividir en Trozos de 4m



1. Escribe el signo mayor o menor entre los siguientes pares de números:

-4 < -3	0 > - 7	-13 > -27	3 > 1	0 > -1
-7 > -8	-2 < 0	-87 < 3	-9 < -5	-6 > -12

2. Escribe 5 números que sean menores que -8 y otros 5 números mayores que -5. Represéntalos gráficamente en una línea recta:

- 13, -12, -11, -10, -9 _____0, 1, 2, 3, 4, 5_______

3. Calcula:

a) (-5) + (-4) = -9
b) 6 - 4 = 2
c) 8 - 12 = -4
d) 25 - (-15)= 25 + 15 = 40

4. Calcula:

a) $(-24) - (-15 + 3) = (-24) - (-12) = (-24) + 12 =$ **-12**
b) $16 - (-3 - 2) = 16 - (-5) = 16 + 5 =$ **21**
c) $-52 - (-12) = -52 + 12 =$ **-40**
d) $8 - (+12) = 8 - 12 =$ **-4**
e) $(-6) - (6+5) = (-6) - 11 =$ **- 17**

5. Pitágoras nació en el año 580 a.C. y Newton en el año 1.643 d.C. Si se cree que Pitágoras murió a los 83 años de edad ¿cuántos años trascurrieron desde que murió Pitágoras hasta que nació Newton?

83 a.C.
580 a.C. 497 a.C. 0 1643 d.C.

$-580 + 83 = -497$ a.C. → Hay que calcular los años transcurridos desde el 497 a.C. hasta el año 1643

$1643 + 497 = 2140$ años Transcurrieron 2140 años

6. Calcula:

a) $12 \cdot 3 = 36$

b) $(-10) \cdot (-10) = 100$

c) $8 \cdot (-5) = -40$

d) $(-14) \cdot 13 = -182$

e) $6 \cdot (-2) = -12$

f) $(-8) \cdot (-5) = 40$

g) $6 \cdot 3 = 18$

h) $(-5) \cdot (-6) = 30$

7. En una ciudad va bajando la temperatura durante la noche 1 grado cada hora. Si en ese momento marca 0 grados:

a.- ¿Qué temperatura marcaba hace 4 horas? 4ºC

b.- ¿Qué temperatura marcará dentro de 2 horas? -2ºC

8. Realiza las siguientes divisiones:

a) 15 : (-3)= -5

b) (-18) : (-3)= 6

c) (-3) : (-3)= 1

d) (-12) : 6 = -2

9. Efectúa las siguientes operaciones utilizando la propiedad distributiva:

a) (12 + 4) · 7 = (12 · 7) + (4 · 7) = 84 + 28 = **112**

b) 32 · (8 + 16) = (32 · 8) + (32 · 16) = 256 + 512 = **768**

c) (10 – 9) · 5 = (10 · 5) – (9 · 5) = 50 – 45 = **5**

d) (6 + 9) · 3 = (6 · 3) + (9 · 93) = 18 + 27 = **45**

10. Calcula:

a) $(-7)^3$= -343

b) $-(5)^3$= -125

c) $(-3)^3$ = -27

d) $-(-2)^3$ = -(-8) = +8

e) $(-3)^4$ = 81

f) $(-12)^2$ = 144

11. Efectúa:

a) $2^3 \cdot 2^5 = 2^{3+5} = 2^8$

b) $(-5)^4 \cdot (-5)^7 = (-5)^{4+7} = (-5)^{11}$

c) $(-3)^5 : (-3)^4 = (-3)^1 = -3$

d) $(-7)^5 : (-7)^3 = (-7)^{5-3} = (-7)^2$

e) $((2)^3)^5 \cdot 2^4 = (2)^{3 \cdot 5} \cdot 2^4 = 2^{15} \cdot 2^4 = 2^{19}$

f) $((2)^2)^9 = (2)^{2 \cdot 9} = 2^{18}$

g) $(4^1) = 4$

h) $(-2)^3 \cdot (-2)^5 = (-2)^{3+5} = (-2)^8$

i) $3^5 \cdot 3^7 = 3^{5+7} = 3^{12}$

j) $8^5 : 8^5 = 1$

k) $((-2)^2)^5 = (-2)^{2 \cdot 5} = (-2)^{10}$

l) $39^0 = 1$

12. Indica si son iguales, mayores o menores los siguientes números:

a) $-7 > -8$

b) $-2 < 0$

c) $0 < 5$

d) $-6 > -12$

e) $-51 < -3$

f) $-3 < 1$

13. Realiza las siguientes sumas y restas de números enteros:

a) $5 + 4 + (-9) - 5 + 3 + (-2) - (-4) = 5 + 4 - 9 - 5 + 3 - 2 + 4 = 16 - 16 = 0$

b) $6 + 2 + 1 - 8 - 1 + (-5) + (-2) - (-4) = 6+2+1-8-1-5-2+4 = 13 - 16 = -3$

14.-Calcula las siguientes operaciones:

a) $-15 + 7 - (-8) + (-9) = -15 + 7 + 8 - 9 =$
$= 15 - 24 = -9$

g) $-12 \cdot (-4) = 48$

b) $12 + (-10) - 5 - (-21) = 12 - 10 - 5 + 21 =$
$= 33 - 15 = \mathbf{18}$

c) $-(-8) + 12 + (-5) - 3 = 8 + 12 - 5 - 3 =$
$= 20 - 8 = \mathbf{12}$

d) $-(-6) - (6 + 3) = 6 - (9) = -3$

e) $1 - (-7 + 4) + (-2) = 1 - (-3) - 2 =$
$= 1 + 3 - 2 = 4 - 2 = \mathbf{2}$

f) $-12 - (-8 + 4 - 5) + (-1) =$
$= -12 + 8 - 4 + 5 - 1 = 13 - 17 = \mathbf{-4}$

h) $2 \cdot (-3 + 1) = 2 \cdot (-2) = (-4)$

i) $-1 \cdot (-2) \cdot 3 \cdot (-5) =$
$= 2 \cdot (-15) = (-30)$

j) $-3 \cdot (-5 + 2) = -3 \cdot (-3) = 9$

k) $-4 \cdot (-3) \cdot (-5) = 12 \cdot (-5) =$
$= -60$

l) $-2 \cdot 3\,(-5) = -6 \cdot -5 = 30$

15.- Calcula los siguientes cocientes:

a) $15 : (-3) = -5$

b) $-3 : 3 = \quad -1$

c) $(-10 + 2) : (-2) =$
$= (-8) : (-2) = (4)$

d) $-12 : 4 = -3$

e) $-30 : (-7 + 10) = -30 : (3) = \mathbf{-10}$

f) $-(-15) : (-5) = 15 : (-5) = \mathbf{-3}$

16.- Realiza las siguientes operaciones:

a) $-(-8 \cdot 5\,(-9)) : 12 = -(-40 \cdot (-9)) : 12 =$
$= -(360) : 12 = \mathbf{-30}$

b) $(-4 \cdot (-2) \cdot 7) : (-14) = (8 \cdot 7) : (-14) =$
$= 56 : (-14) = \mathbf{-4}$

c) $-(-2) \cdot 5 \cdot (-12) : (-4) = 2 \cdot (-60) : (-4) = (-120) : (-4) = 30$

d) $(-18) : 3 \cdot (-2) = (-6) \cdot (-2) = \mathbf{12}$

e) $(-18) : (3 \cdot (-2)) = (-18) : (-6) = 3$

17.- Mónica parte en ascensor desde la planta cero de su edificio. El ascensor sube 5 plantas, después baja 3, sube 5, baja 8, sube 10, sube 5 y baja 6. ¿En qué planta está?

<u>Datos</u>

Estamos en la planta 0 $0 + 5 - 3 + 5 - 8 + 10 + 5 - 6 = 25 - 17 = \mathbf{8}$

Subir = sumar **Está en la planta 8ª**

Bajar = restar

18.- Juan debe 40 euros a un taller por la reparación de su moto. Si abona 35 euros, ¿cuánto debe?

<u>Datos</u>

Debe = - 40 $-40 + 35 = \mathbf{-5}$ **Debe 5 euros**

Paga = 35

19.- En una estación de esquí el termómetro marcaba 14º bajo cero a las 8 de la mañana; al mediodía la temperatura había subido 10 grados y a las 19.00 había bajado 5 grados respecto al mediodía. ¿Cuál era la temperatura a esa hora?

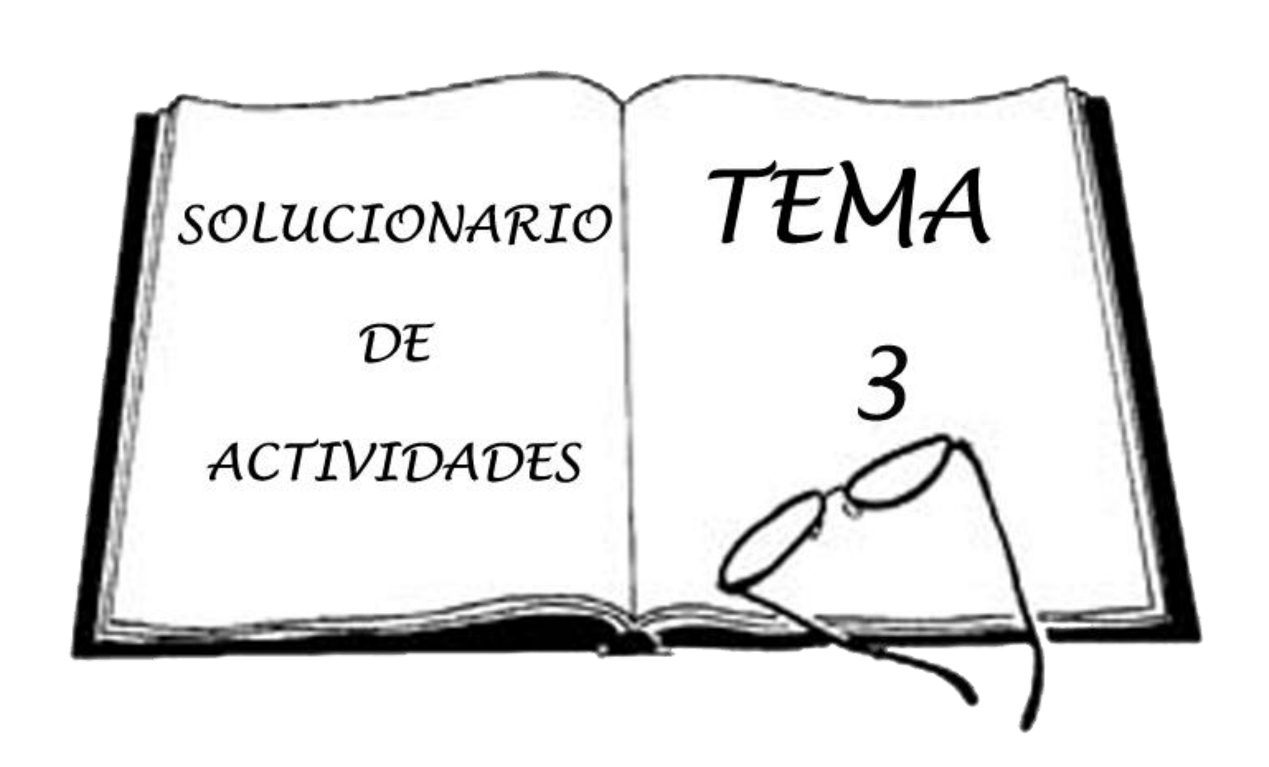
<u>Datos</u>

8 a.m → -14ºC

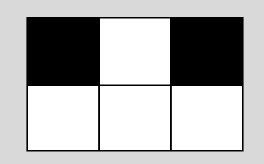
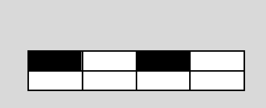
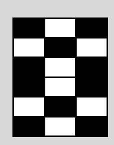
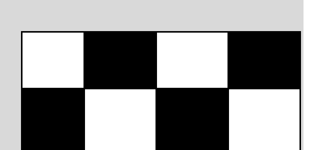
12 a.m → $-14 + 10$

19 a.m → $-14 + 10 - 5 = \mathbf{-9^{\circ}C}$

La temperatura era de -9ºC



1.- Expresa con una fracción la parte sombreada de cada figura:

a) $\frac{2}{6}$ b) $\frac{2}{8}$ c) $\frac{10}{18}$ d) $\frac{4}{8}$

2.- Calcula:

a) Los 2/3 de 24 → $\frac{2}{3} \cdot 24 = \frac{48}{3} = \mathbf{16}$

b) Los 5/6 de 82 → $\frac{5}{6} \cdot 82 = \frac{410}{6} = \mathbf{68'3}$

c) Los 4/7 de 124 → $\frac{4}{7} \cdot 124 = \frac{496}{7} = \mathbf{70'8}$

d) 25% de 45 → $\frac{25}{100} \cdot 45 = \frac{1125}{100} = \mathbf{11'25}$

e) 15% de 244 → $\frac{15}{100} \cdot 244 = \frac{3660}{100} = \mathbf{36'6}$

f) 30% de 6450 → $\frac{30}{100} \cdot 6450 = \frac{193500}{100} = \mathbf{1935}$



3.- Cada uno de los 200 socios de un gimnasio paga 37 euros de abono trimestral. El próximo trimestre el número de socios se espera que aumente un 4 % y el abono se incrementará un 5 % ¿Cuántos socios habrá? ¿Cuánto se recaudará con los abonos?

Datos
200 socios
37 abono trimestral
Prox. Trimestre:
Socios: 200 + 4%
Abono: 37 + 5%

1º) 4% de 200 → $\frac{4}{100} \cdot 200 = \frac{800}{100} = 8$ → 200 + 8 = **208 socios**

2º) 5% de 37 → $\frac{5}{100} \cdot 37 = \frac{185}{100} = 1,85$ → 37 + 1,85 = 38,85 euros

Total Abonos: 38,85 · 208 = **8080,8 euros**

Con los abonos se recaudará 8080,8e



4.-Un fontanero ha realizado un trabajo. Por pagar al contado ha efectuado un descuento de 5%, lo que supone una rebaja de 16 euros. ¿Cuál era el importe total del trabajo? ¿Qué cantidad supone el IVA del 16% sobre el importe total del trabajo?

Datos
Descuento de 5%
Rebaja de 16 euros
Importe total ? = X

1º) Si… 5% ______ 16 euros
100% ______ x euros

$x = \frac{100 \cdot 16}{5} = \frac{1600}{5} = 320$ **euros**

320e es el importe total del trabajo

2º) 16% de 320 → $\frac{16}{100} \cdot 320 = \frac{512}{10} = 51,2$ **euros**

El IVA del 16% supone 51,2euros



5.-Un coche realiza un viaje y consume la sexta parte de la gasolina que lleva y al final del trayecto todavía le quedan 25 litros en el depósito ¿Cuántos litros llevaba al iniciar el recorrido?

Datos
Consume $\frac{1}{6}$ parte de gasolina
Le quedan 25 litros
Cuantos litros llevaba ? = X
Si el total son $\frac{6}{6}$ y consume $\frac{1}{6}$; le quedan $\frac{5}{6}$

Si… $\frac{5}{6}$ ______ 25 litros

$\frac{1}{6}$ ______ x litros

$x = \frac{\frac{1}{6} \cdot 25}{\frac{5}{6}} = \frac{\frac{25}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{25}{6} : \frac{5}{6} = \frac{150}{30} = 5$

$\frac{1}{6}$ parte son 5 litros

25 litros quedan + 5 litros consumidos = **30 litros llevaba**

6.- Calcula tres fracciones equivalentes a:

a) 4/6 = $\frac{2}{3} = \frac{8}{12} = \frac{40}{60}$ b) 1/5 = $\frac{2}{10} = \frac{3}{15} = \frac{4}{20}$ c) 1/10 = $\frac{2}{20} = \frac{3}{30} = \frac{4}{40}$

7.- Simplifica las siguientes fracciones:

a) 40/105 = $\frac{8}{21}$ b) 145/35 = $\frac{29}{7}$ c) 440/605 = $\frac{88}{121}$

8.- Calcula las fracciones equivalentes de estas, y que a la vez sea el mismo denominador de todas:

a) 1/3, 2/5, 4/7

m.c.m (3, 5 y 7) = $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$

$\frac{35}{105}, \frac{42}{105}, \frac{60}{105}$

b) 3/8, 2/5, 1/4

m.c.m (8, 5 y 4) = $2^3 \cdot 5 = 40$

$\frac{15}{40}, \frac{16}{40}, \frac{10}{40}$

b) 1/2, 3/4, 100/7

m.c.m (2, 4 y 7) = $2^2 \cdot 7 = 28$

$\frac{14}{28}, \frac{21}{28}, \frac{400}{28}$

d) 1/2, 2/3, 5/6

m.c.m (2,3 y 6) = $2 \cdot 3 = 6$

$\frac{3}{6}, \frac{4}{6}, \frac{5}{6}$

9.- Efectúa en cada caso las operaciones indicadas:

a) 1/5 + 3/5 = $\frac{4}{5}$

b) 2/3-1/4+3/16 = $\frac{32}{48} - \frac{12}{48} + \frac{9}{48} = \frac{20}{48} + \frac{9}{48} = \frac{29}{48}$

m.c.m (3, 4 y 16) = $3 \cdot 2^4 = 48$

c) 4/7+1/7-3/7 = $\frac{5}{7} - \frac{3}{7} = \frac{2}{7}$

d) 1/2-7/15 – 3/16 = $\frac{120}{240} - \frac{112}{240} - \frac{45}{240} = -\frac{37}{240}$

m.c.m (2, 15 y 16) = $2^4 \cdot 3 \cdot 5 = 240$

e) 2/3+3/5+1/7 = $\frac{70}{105} + \frac{63}{105} + \frac{15}{105} = \frac{148}{105}$

m.c.m (3,5y7) = $3 \cdot 5 \cdot 7 = 105$

f) 2/3-1/6 = $\frac{4}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{3}$

m.c.m (3 y 6) = $3 \cdot 2 = 6$

10.- Escribe tres fracciones equivalentes a cada una de ellas:

2/3	8/12	6/9	4/6
4/5	16/20	12/15	8/10

11.- Efectúa las operaciones combinadas:

a) $1/4 : (3/5 : 2/3) = \frac{1}{4} : \left(\frac{3}{5} : \frac{2}{3}\right) = \frac{1}{4} : \left(\frac{9}{10}\right) = \frac{10}{36} = \mathbf{\frac{5}{18}}$

b) $(1/2 : 3/4) : (1/4 : 2/3) = \left(\frac{1}{2} : \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{1}{4} : \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{4}{6}\right) : \left(\frac{3}{8}\right) = \left(\frac{32}{18}\right) = \mathbf{\frac{16}{9}}$

c) $2/3 : (4/5 : 7/3) = \frac{2}{3} : \left(\frac{4}{5} : \frac{7}{3}\right) = \frac{2}{3} : \left(\frac{12}{35}\right) = \frac{70}{36} = \mathbf{\frac{35}{18}}$

d) $2/4 + 3/2 - (2/5 + 1/4) = \frac{2}{4} + \frac{3}{2} - \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4}\right) = \frac{10}{20} + \frac{30}{20} - \left(\frac{8}{20} + \frac{5}{20}\right) = \frac{40}{20} - \left(\frac{13}{20}\right) = \mathbf{\frac{27}{20}}$

m.c.m $(2,4 \text{ y } 5) = 2^2 \cdot 5 = 20$

e) $(2/3+5/6-7/12) : (3/4+2/3) = \left(\frac{8}{12} + \frac{10}{12} - \frac{7}{12}\right) : \left(\frac{9}{12} + \frac{8}{12}\right) = \left(\frac{11}{12}\right) : \left(\frac{17}{12}\right) = \frac{132}{204} = \frac{66}{102} = \mathbf{\frac{11}{17}}$

m.c.m $(3,6,12 \text{ y } 4) = 2^2 \cdot 3 = 12$

f) $1/3 \cdot 3/5 \cdot 2/3 = \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{3}{15} \cdot \frac{2}{3} = \frac{6}{45} = \mathbf{\frac{2}{15}}$

12.- Soluciona las siguientes fracciones y simplifica los resultados:

a) $$\frac{\left(3 + \frac{1}{3}\right)}{\left(8 - \frac{1}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{9}{3} + \frac{1}{3}\right)}{\left(\frac{16}{2} - \frac{1}{2}\right)} = \frac{\left(\frac{10}{3}\right)}{\left(\frac{15}{2}\right)} = \frac{10}{3} : \frac{15}{2} = \frac{20}{45} = \mathbf{\frac{4}{9}}$$

b) $$\frac{\frac{1}{3} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{5}} = \frac{\frac{5}{15} - \frac{3}{15}}{\frac{5}{10} - \frac{2}{10}} = \frac{\frac{2}{15}}{\frac{3}{10}} = \frac{2}{15} : \frac{3}{10} = \frac{20}{45} = \mathbf{\frac{4}{9}}$$

13.-Escribe de distintas formas las siguientes expresiones:

a) $2^{-1} = \frac{1}{2} = \frac{2}{4} = 0,5$

b) $100^{-2} = \frac{1}{100} = \frac{1}{2^3 \cdot 5^2} = 0,005$

c) $0,01^{-3} = \frac{1}{(0,01)^3} = \frac{1}{\left(\frac{1}{100}\right)^3} = \left(\frac{1}{100}\right)^{-3}$

e) $(1/4)^{-1} = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^1} = \frac{1}{1} : \frac{1}{4} = \frac{4}{1} = 4$

f) $((0,01)^{2})^{-5} = (0,01)^{-10} = \frac{1}{(0,01)^{10}}$

g) $((1/3)^{-2})^{2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{1}{3}\right)^{4}} = \frac{1}{1} : \left(\frac{1}{3}\right)^{4}$

14.-Calcula las siguientes potencias:

a) $(3/7)^{6} : (3/7)^{3} = \left(\frac{3}{7}\right)^{6} : \left(\frac{3}{7}\right)^{3} = \left(\frac{3}{7}\right)^{6-3} = \left(\frac{3}{7}\right)^{3} = \frac{27}{343}$

b) $(1/3)^{2} \cdot (1/3)^{3} : (1/3)^{4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{3} : \left(\frac{1}{3}\right)^{4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2+3-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{1} = \frac{1}{3}$

c) $(-2/3)^{-1} : (-2/3)^{3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{-1} : \left(\frac{-2}{3}\right)^{3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{-1-3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{-2}{3}\right)^{4}} = \frac{1}{\left(\frac{-16}{81}\right)} = -\frac{81}{16}$

d) $(-3)^{-1} : (-1/3)^{3} = {\frac{1}{-3^{1}}}^{1} : \left(\frac{1}{-3}\right)^{3} = \left(\frac{1}{-3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{-3}\right)^{2}} = \frac{1}{\left(\frac{1}{9}\right)} = \frac{1}{1} : \frac{1}{9} = \frac{9}{1} = 9$

15- Compara los siguientes pares de fracciones e indica cuál es la mayor:

a) 1/6 y 5/8 $\longrightarrow \frac{4}{24} - \frac{15}{24} = \frac{-11}{24}$ (La fracción mayor es: 5/8)

m.c.m (6 y 8) $= 2^{3} \cdot 3 = 24$

b) 3/4 y 7/2 $\longrightarrow \frac{3}{4} - \frac{14}{4} = \frac{-11}{4}$ (La fracción mayor es: 7/2)

m.c.m (4 y 2) $= 2^{2} = 4$

c) 2/3 y 1/5 $\longrightarrow \frac{10}{15} - \frac{3}{15} = \frac{2}{15}$ (La fracción mayor es: 2/3)

m.c.m (3 y 5) $= 3 \cdot 5 = 15$

d) 1/6 y 6/3 $\longrightarrow \frac{1}{6} - \frac{12}{6} = \frac{-11}{6}$ (La fracción mayor es: 6/3)

m.c.m (6 y 3) $= 2 \cdot 3 = 6$

16.- Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones: 6/4, 2/5, 5/6, -1/5

m.c.m (4, 5 y 6) = $2^2 \cdot 5 \cdot 3 = 60$

$\frac{90}{60}, \frac{24}{60}, \frac{50}{60}, \frac{-12}{60} \Longrightarrow \frac{-12}{60}, \frac{24}{60}, \frac{50}{60}$ y $\frac{90}{60}$

17.- Si una barra de un metro de longitud pesa 2/5 Kg ¿cuánto pesará una barra de 3/4 m?

Datos

1m barra pesa 2/5

3/4 m de barra

pesa ?= X

1 m ________ $\frac{2}{5}$ kg

$\frac{3}{4}$ m ________ x kg

$x = \frac{\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5}}{1} = \frac{\frac{6}{20}}{1} = \frac{6}{20} = 0{,}3$ kg Una barra de ¾ m pesa 0,3kg

18.- Se reparte un terreno de 350 Hectáreas entre tres personas. A la primera le corresponde 2/7 del total, a la segunda la cuarta parte de lo que queda y a la tercera el resto ¿qué cantidad de terreno recibe cada uno?

Datos

350 ha entre 3 personas

1ª) $\frac{2}{7}$ de 350

2ª) $\frac{1}{4}$ de lo que queda

3ª) El resto

1º) $\frac{2}{7} \cdot 350 = \frac{700}{7} =$ **100 Ha**

2ª) Queda $350 - 100 = 250$ / $\frac{1}{4} \cdot 250 = \frac{250}{4} =$ **62,2 Ha**

3ª) $250 - 62{,}2 =$ **187,5 Ha**

A la primera le corresponde 100 Ha; a la segunda 62,2 Ha y a la tercera 187,5Ha.



19.- En unas compras nos hacen el 20% de descuento y nos cargan un 6% de IVA. Comprueba que es indiferente aplicar primero el descuento y a continuación el IVA, que aplicar primero el impuesto y luego el descuento.

Datos

Comprobar:

X – (20% de x) + (6% de x)

Con X = 100 (Al tratarse de una comprobación puedo elegir el valor de x, que en este caso le llamaremos 100)

Opción A: 1ª) descuento y 2ª) sumamos IVA

1º) 100 – (20% de 100) =

$= 100 - (\frac{20}{100} \cdot 100) = 100 - 20 = 80$ euros

2º) 80 + (6% de 80) =

$= 80 + (\frac{6}{100} \cdot 80) = 80 + 4,8 =$ **84,4 euros**

Opción B: 1ª) sumamos IVA y 2ª) descuento

1º) 100 + (6% de 100) =

$= 100 + (\frac{6}{100} \cdot 100) = 100 + 6 =$ **106 euros**

2º) 106 - (20% de 106) =

$= 106 - (\frac{20}{100} \cdot 106) = 106 - 21,2 =$ **84,4 euros**

Queda comprobado que da lo mismo el orden en que se apliquen el descuento y el IVA

20.- Al pagar una factura nos han hecho un descuento del 15% de su importe total y la misma ha quedado reducida al 127,5 euros ¿Cuál era el importe inicial de la factura?

Datos

Descuento 15%

100%-15%= 85 %

85% = 127,5 euros

Factura total = ?

100% = Factura total

Si … 85% ________________ 127,5 euros

100% ________________ x euros

$$x = \frac{100 \cdot 127,5}{85} = \frac{12750}{85} = 150 \text{ e}$$

El importe inicial era de 150 euros

21.- Un trayecto de 215 Km lo recorre un coche en 2 horas y otro en 3/2 de hora. En una hora, ¿qué ventaja saca el segundo coche al primero?

<u>Datos</u>
Trayecto 215 km
1ª Coche = 2 horas
2ª Coche= 3/2 horas
En 1 hora ¿Qué ventaja saca el 2ª al 1ª?

1ªCoche $2\ h - 1\ h = 1$ hora

2ª Coche $\frac{3}{2}h - 1\ h = \frac{3}{2} - \frac{1}{1} = \frac{3}{2} - \frac{2}{2} = \frac{1}{2} = 0{,}5$ horas

El 2ª Coche le saca ½ hora de ventaja al 1ª

22.- Un grifo llena un estanque en 20 horas y otro en 12 horas. Se abre el primer grifo y se echa agua durante una hora. A continuación se abren los dos a la vez durante tres horas y se cierran ¿Qué fracción del estanque queda por llenar?

<u>Datos</u>
1ª grifo: 20h
2ª grifo: 12 h
Se abre:
1º grifo 2 h
Los 2 grifos 3h
Que fracción de estanque queda por llenar?

1ª Grifo 4 horas ⟶ $\frac{4}{20}$

2ª Grifo 3 horas ⟶ $\frac{3}{12}$

$\frac{4}{20} + \frac{3}{12} = \frac{12}{60} + \frac{15}{60} = \frac{27}{60}$ ha llenado

$\frac{60}{60} - \frac{27}{60} = \frac{33}{60} = \mathbf{\frac{11}{20}}$ **le queda por llenar**

23.- Un operario hace un trabajo en 5 días y otro en 7 días. ¿Qué parte del trabajo hacen juntos en 2 días? ¿Cuánto quedaría por hacer?

<u>Datos</u>
Operario A: 5 días
Operario B: 7 días
1. ¿Qué parte de trabajo hacen juntos en dos días?
2. ¿Cuánto queda por hacer?

1) Operario A: $\frac{2}{5}$ y operario B: $\frac{2}{7}$

$\frac{2}{5} + \frac{2}{7} = \frac{14}{35} + \frac{10}{35} = \mathbf{\frac{24}{35}}$ **hacen juntos en dos días**

2) Queda…

$\frac{35}{35} - \frac{24}{35} = \mathbf{\frac{9}{35}}$ **queda por hacer**

24.- Una herencia de 600.000 euros se reparte entre tres hermanos proporcionalmente a sus edades. La edad de los dos menores es de 2 y 5 años y se sabe que el más pequeño hereda 80.000 euros ¿Cuál es la edad del hermano mayor y cuanto recibe cada uno?

Datos

Herencia: 600.000 euros
Pequeño: 80.000 euros ----- 2años
Mediano: ? ----- 5 años
Grande: ? -----? años
Calcular la edad del mayor y las cantidades

*Se trata de un problema de regla de 3

Si… 2 años ________________ 80.000 euros
5 años ________________ x euros

$x = \frac{5 \cdot 80000}{2} = \frac{400000}{2} = $ **20000 euros**

El chico de 5 años recibe 200.000 euros

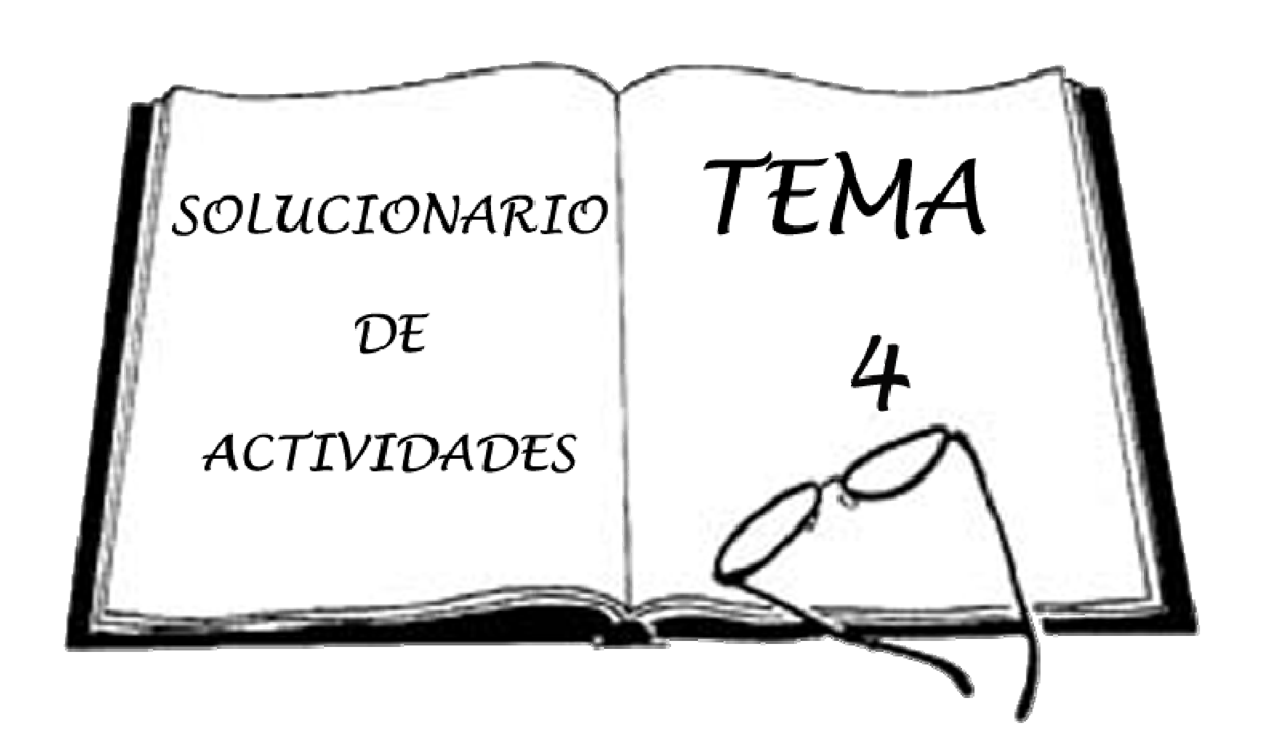
*Calculamos ahora lo que le corresponde al grande…

80.000 + 200.000 = 280.000 euros entre el pequeño y el mediano
600.000 − 280.000 = **320.000 euros le corresponden al grande**

*Calculamos la edad del mayor con los datos que tenemos

Si… 2 años ________________ 80.000 euros
x años ________________ 320.000 euros

$x = \frac{2 \cdot 320000}{80000} = \frac{640000}{80000} = \frac{64}{8} = $ **8 años tiene el hermano mayor**



1.-Traduce a lenguaje algebraico las siguientes frases:

1º. La mitad de un número ⇨ $\frac{x}{2}$

2º. El doble de un número ⇨ $2x$

3º. El cubo de un número más ocho ⇨ $x^3 + 8$

4º. El doble de un número menos su mitad ⇨ $2x - \frac{x}{2}$

5º. El triple de un número más cuatro ⇨ $3x + 4$

6º. La mitad del cubo de un número ⇨ $\frac{x^3}{2}$

7º. El triple del cuadrado de un número ⇨ $3x^2$

8º. La mitad de un número menos el triple de ese número ⇨ $\frac{x}{2} - 3x$

2.- Escribe en lenguaje algebraico las siguientes informaciones relativas a la base y a la altura de un rectángulo (base=b; altura=h):

1º. La base es doble que la altura ⇨ $b = 2h$

2º. La base excede en cinco unidades a la altura ⇨ $b = h + 5$

3º. La altura es dos quintos de la base ⇨ $h = \frac{2}{5}b$

3.- La superficie (área) de una alfombra rectangular de x metros de largo e y metros de ancho, se calcula mediante la fórmula⇨ $S = x \cdot y$ (largo x ancho). Halla la superficie de las alfombras de una casa sabiendo que miden (recuerda que la superficie se mide en metros cuadrados m^2):

a) La del salón, 5 metros de largo y 4 de ancho.

$S = x \cdot y \qquad S = 5 \cdot 4 = 20m^2$

b) La del comedor, 3 metros de largo y 2 de ancho.

$S = x \cdot y \qquad S = 3 \cdot 2 = 6m^2$

c) La del dormitorio, 1 metro de largo por 0,6 de ancho.

$S = x \cdot y \qquad S = 1 \cdot 0{,}6 = 0{,}6m^2$

d) Si cada vez que las limpio necesito un bote de producto para $10m^2$ ¿cuántos botes debo comprar?

Datos

1bote ⟶ $10m^2$

¿Cuántos botes?

Total Superficie: $20 + 6 + 0{,}6 = 26{,}6m^2$

Si... 1 bote ———— $10\ m^2$

x botes ———— $26{,}6\ m^2$

$x = \frac{1 \cdot 26{,}6}{10} = 2{,}66$ botes

Tengo que comprar 3 botes y me sobrará producto.

4.- Calcula el valor numérico de las siguientes expresiones para el valor de la variable que se indica(x):

a) $3 \cdot (x + 2) \cdot 2 =$

para $x = -2$ $\quad 3 \cdot \left((-2) + 2\right) \cdot 3 = 3 \cdot 0 \cdot 3 = 0 \cdot 3 = 0$

para $x = 1$ $\quad 3 \cdot (1 + 2) \cdot 2 = 3 \cdot 3 \cdot 2 = 9 \cdot 2 = 18$

para $x = 3/2$ $\quad 3 \cdot \left(\frac{3}{2} + 2\right) \cdot 2 = 3 \cdot \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{2}\right) \cdot 2 = 3 \cdot \frac{7}{2} \cdot 2 = \frac{21}{\cancel{2}} \cdot \cancel{2} = 21$

b) $3x + 2y =$

para $x = 1 ; y = 0$ $\quad 3 \cdot (1) + 2 \cdot (0) = 3 + 0 = 3$

c) $2(x - y)^2 =$

para $x = -3 ; y = 2$ $\quad 2\left((-3) - (2)\right)^2 = 2\,(-5)^2 = 2 \cdot 25 = 50$

5.- Reduce los términos semejantes de las siguientes expresiones.

$(x + y)^2 = (x^2 + y^2 + 2xy)$

$(x - y)^2 = (x^2 + y^2 - 2xy)$

6.- Usando los criterios anteriores, resuelve las siguientes ecuaciones y comprueba el resultado.

a) $z + 2 = 7$

$z = 7 - 2$

$z = 5$

Comprobación

$5 + 7 = 7$

$7 = 7$

b) $2a - 5 = 3$

$2a = 3 + 5$

$2a = 8$

$a = \frac{8}{2} \quad a = 4$

Comprobación

$2 \cdot 4 - 5 = 3$

$8 - 5 = 3$

$3 = 3$

c) $b - 2/4 = 4$

$b = \frac{2}{4} + 4$

$\frac{4b}{4} = \frac{2}{4} + \frac{16}{4}$

$b = \frac{18}{4}$

Comprobación

$\frac{18}{4} - \frac{2}{4} = 4$

$\frac{16}{4} = 4$

$4 = 4$

d) $2a + 1 = 3a - 2$

$1 = 3a - 2 - 2a$

$1 + 2 = 3a - 2a$

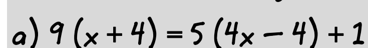
Comprobación

$2(3) + 1 = 3(3) - 2$

$6 + 1 = 9 - 2$

$7 = 7$

7-.Resuelve las siguientes ecuaciones de primer grado:



a) $9(x + 4) = 5(4x - 4) + 1$

$9x + 36 = 20x - 20 + 1$

$9x - 20x = -20 + 1 - 36$

$-11x = -55$

$x = \frac{-55}{-11} \quad x = 5$



b) $\frac{5}{X + 5} = \frac{15}{X + 7}$

$5(x + 7) = 15(x + 5)$

$5x + 35 = 15x + 75$

$5x - 15x = 75 - 35$

$-10x = 40$

$x = \frac{40}{-10} \quad x = -4$

c) $2 \cdot (x - 3) = 1 - (x + 4)$

$2x - 6 = 1 - x - 4$

$2x + x = 1 - 4 + 6$

$3x = 1 \quad x = \frac{1}{3}$

d) $3 \cdot (x - 2) - 2 \cdot (x - 3) = 1 - 2x$

$3x - 6 - 2x + 6 = 1 - 2x$

$3x - 2x + 2x = 1 + 6 - 6$

$3x \cancel{- 2x + 2x} = 1 \cancel{+ 6 - 6}$

$3x = 1 \qquad x = \frac{1}{3}$

e) $5x - (1 - 2x) = 6$

$5x - 1 + 2x = 6$

$5x + 2x = 6 + 1$

$7x = 7 \qquad x = \frac{7}{7}$

$x = 1$

f) $5x - (2 - 3) = 5 - (1 - 4x)$

$5x - 2 + 3 = 5 - 1 + 4x$

$5x + 4x = 5 - 1 + 2 - 3$

$9x = 3 \qquad x = \frac{9}{3}$

$x = 3$

8-.Calcula las siguientes ecuaciones de segundo grado:

a) $x^2 = x + 6$

Debes recordar la fórmula

$$X = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x^2 - x - 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-6)}}{2 \cdot 1} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-6)}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 24}}{2} =$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} =$$

$$x_1 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2$$

b) $6 - 5x = -x^2$

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$x = \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 6}}{2 \cdot 1} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 24}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} =$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{1}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} =$$

$$x_1 = \frac{5+1}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$x_2 = \frac{5-1}{2} = \frac{4}{2} = 4$$



9-.Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones:

a) $\left.\begin{array}{l}3x - y = -5 \\ x + y/2 = 0\end{array}\right\}$ → 1º) $\frac{y}{2} = -x$ → 2º) $y = -2x$ Sustituir por la "y" en la otra ecuación

3º)

$3x - (-2x) = -5$

$3x + 2x = -5$

$5x = -5$

$x = \frac{-5}{5}$ $\quad$ $x = -1$

4º)

$y = -2x$

$y = -2(-1)$

$y = 2$



b) $\left.\begin{array}{l}-3x - y = 65 \\ 4x + 7y = -30\end{array}\right\}$ → $-y = 65 + 3x$ → $y = -65 - 3x$

$4x + 7(-65 - 3x) = -30$

$4x - 455 - 21x = -30$

$4x - 21x = -30 + 455$

$-17x = 245$ $\quad$ $x = \frac{245}{-17}$ $\quad$ $x = -25$

$y = -65 - 3(-25)$

$y = -65 + 75$

$y = 10$



c) $\left.\begin{array}{l}\frac{X}{3} - \frac{Y}{2} = 0 \\ \frac{X}{2} - \frac{Y}{4} = 4\end{array}\right\}$ → $-\frac{y}{4} = 4 - \frac{x}{2}$ → $-y = 4\left(4 - \frac{x}{2}\right)$ → $-y = 16 - \frac{4x}{2}$ →

$y = -16 + 2x$

$\frac{x}{3} - \frac{(-16 + 2x)}{2} = 0$

$\frac{x}{3} - (-8 + x) = 0$

$\frac{x}{3} + 8 - x = 0$

$\frac{x}{3} + \frac{24}{3} - \frac{3x}{3} = 0$

$\frac{x}{3} - \frac{3x}{3} = -\frac{24}{3}$

$\frac{-2x}{3} = -\frac{24}{3}$

$-2x = -24$

$x = \frac{-24}{-2}$ $\quad$ $x = 12$

$y = -16 + 2x$

$y = -16 + 2(12)$

$y = -16 + 24$

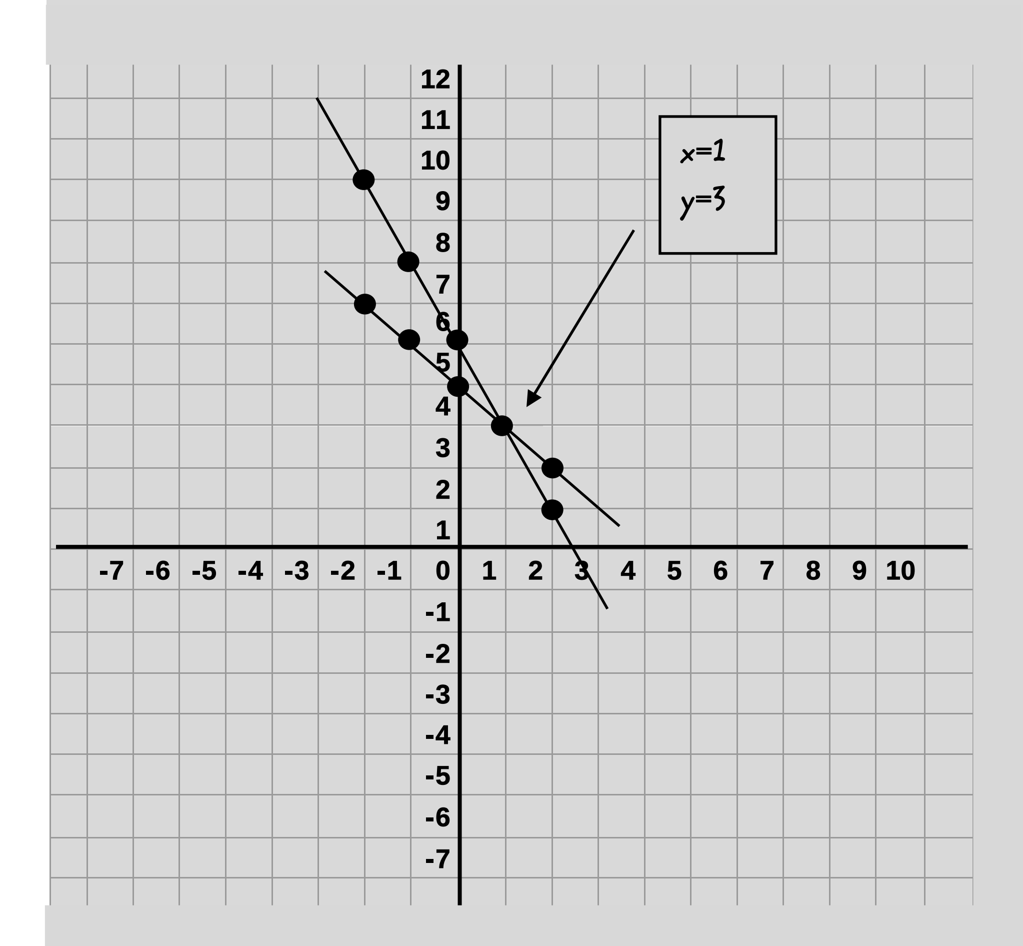
$y = 8$



10-.Calcula el punto de corte de las rectas (o lo que es lo mismo, hallar x e y)

$$\left.\begin{array}{l} y = -2x + 5 \\ y = -x + 4 \end{array}\right\}$$

	y = - 2 x +5	y = -x + 4
x=2	1	2
x=1	3	3
x=0	5	4
x=-1	7	5
x=-2	9	6



11-. Si al doble de un número le sumamos 10, el resultado es el mismo que si restamos el número a 43 ¿de qué número se trata?

<u>Datos</u>

Doble de un nº = 2x

x - 43

x ⟶ número

$2x + 10 = 43 - x$

$2x + x = 43 - 10$

$3x = 33$

$x = \frac{33}{3}$ $\quad x = 11$

Se trata del número 11



12.- La edad de Sara es el triple que la de su hija. Dentro de 14 años será el doble. ¿Qué edades tienen Sara y su hija?

Datos

x ⟶ Edad de Sara

y ⟶ Edad de la hija

$$\left.\begin{array}{l} = 3y \\ x = 2(y+14) \end{array}\right\}$$

$$14 + (3y) = 2(y + 14)$$
$$14 + (3y) = 2y + 28$$
$$3y - 2y = 28 - 14$$
$$y = 14$$

$$x = 3y$$
$$x = 3(14)$$
$$x = 42$$

Sara tiene 42 años y su hija 14 años



13.- En un corral hay conejos y gallinas. Si contamos las cabezas hay 30, si contamos las patas hay 84. ¿Cuántos conejos y cuántas gallinas hay?

Datos

x ⟶ Conejos

y ⟶ Gallinas

total = 30 animales

4x ⟶ Patas conejo

2x ⟶ Patas gallina

Total patas = 84

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 30 \\ 4x + 2y = 84 \end{array}\right\} \longrightarrow y = 30 - x$$

$$4x + 2\left(30 - x\right) = 84$$
$$4x + 60 - 2x = 84$$
$$4x - 2x = 84 - 60$$
$$2x = 24$$
$$x = \frac{24}{2} \qquad x = 12$$

$$y = 30 - x$$
$$y = 30 - 12$$
$$y = 18$$

Hay 12 conejos y 18 gallinas



14. Una editorial ha publicado la última novela ganadora de un certamen literario. 1/3 de los libros se han regalado como política de promoción, 2/5 se han vendido en las librerías y todavía quedan 300 ejemplares en el almacén. ¿Cuántos libros hizo la editorial?

Datos

1/3 libros promoción

2/5libros vendidos

300 libros en almacén

X= libros que hizo la editorial

$$\frac{1}{3}x + \frac{2}{5}x + 300 = x$$
$$\frac{5}{15}x + \frac{6}{15}x + \frac{4500}{15} = \frac{15x}{15}$$
$$5x + 6x + 4500 = 15x$$
$$5x + 6x - 15x = -4500$$
$$-4x = -4500 \qquad x = \frac{-4500}{-4} \qquad x = 1125$$

La editorial hizo 112 libros



15.-En una oposición que consta de un test, una persona contesta 45 preguntas y obtiene 183 puntos. Por cada pregunta bien contestada dan 5 puntos y por cada una mal contestada quitan 2 puntos. ¿Cuántas contesto bien y cuántas mal?

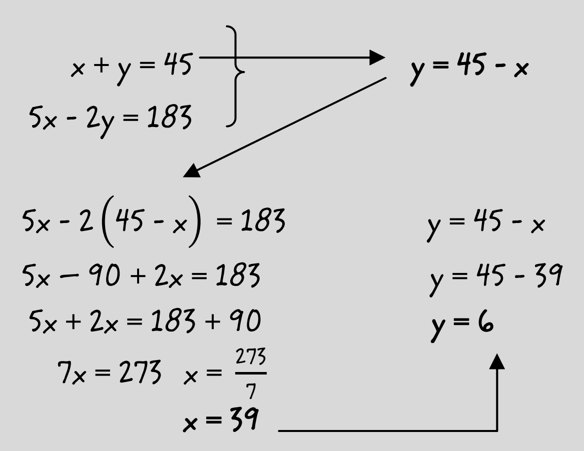
Datos

Total preguntas=45

Puntos=183

x ⟶ Preg. bien contestadas

y ⟶ Preg. mal contestadas



$$\left.\begin{array}{l} x + y = 45 \\ 5x - 2y = 183 \end{array}\right\} \quad y = 45 - x$$

$$5x - 2(45 - x) = 183$$

$$5x - 90 + 2x = 183$$

$$5x + 2x = 183 + 90$$

$$7x = 273 \quad x = \frac{273}{7}$$

$$x = 39$$

$$y = 45 - x$$

$$y = 45 - 39$$

$$y = 6$$

Contesta 39 preguntas bien y 6 mal



16.- Compramos una camisa y unos pantalones por los que tendríamos que pagar 110 euros. Nos descuentan un 20 % en la camisa y un 10% en los pantalones y nos cobran 93 euros. ¿Cuánto costaba la camisa y cuánto los pantalones?

Datos

Camisa y pantalones=110euros

Desc.20% = 0,2 camisa

Desc.10% = 0,1 pantalones

x ⟶ Camisa

y ⟶ Pantalones

$$\left.\begin{array}{l} x + y = 110 \\ (x - 0{,}2x) + (y - 0{,}1y) = 93 \end{array}\right\} \quad x = 110 - y$$

$$\left((110 - y) - 0{,}2(110 - y)\right) + (y - 0{,}1y) = 93$$

$$110 - y - 22 + 0{,}2y + y - 0{,}1y = 93$$

$$-y + 0{,}2y + y - 0{,}1y = 93 - 110 + 22$$

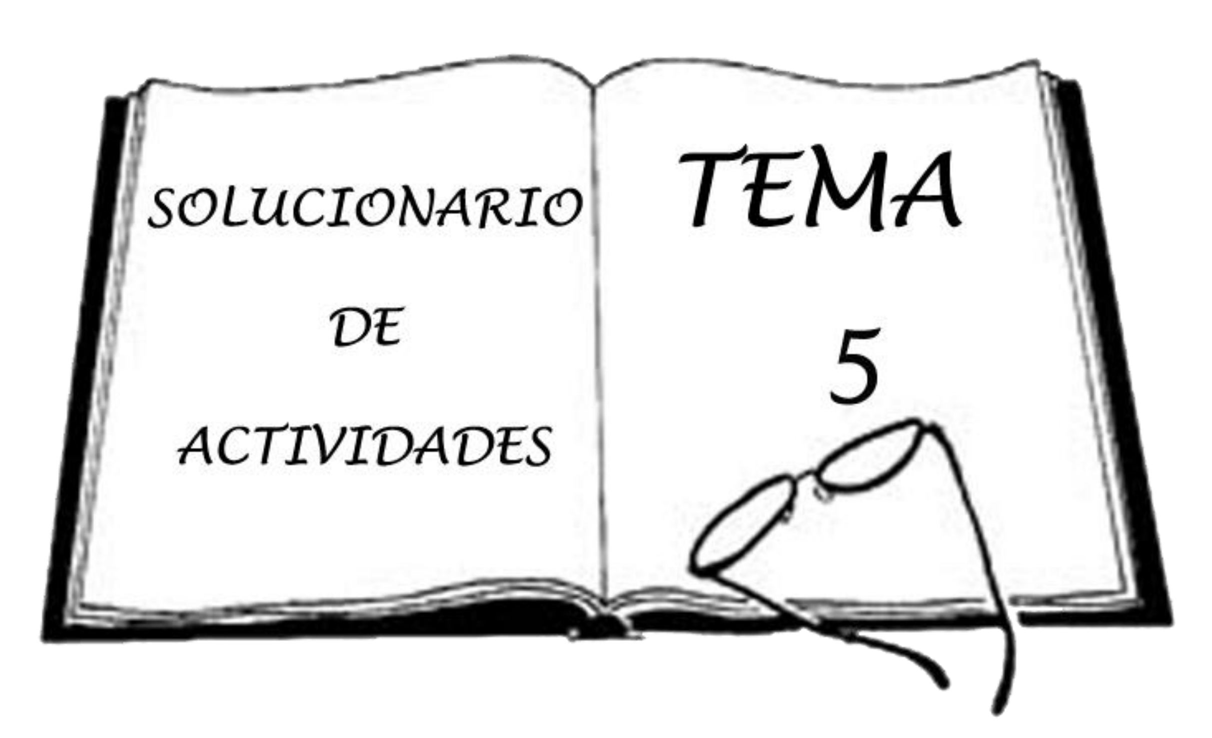
$$0{,}1y = 5 \quad y = \frac{5}{0{,}1} \quad y = 50$$

$$x = 110 - y$$

$$x = 110 - 50$$

$$x = 60$$

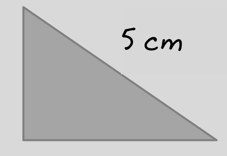
La Camisa costaba 60 e
y los pantalones 50e





1. En un triángulo rectángulo conocemos la hipotenusa que es 5 y uno de los catetos que es 4 cm. ¿Cuánto vale el otro cateto?

Teorema de Pitágoras



$h^2 = C_M^2 + c_m^2$

$5^2 = 4^2 + c_m^2$

$25 = 16 + c_m^2$

$25 - 16 = c_m^2$

$9 = c_m^2$

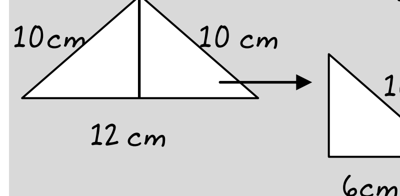
$\sqrt{9} = c_m$

$3 = c_m$

El otro cateto vale 3 cm

2. En un triángulo isósceles, los lados iguales miden 10 cm y el tercer lado mide 12. Determina la altura del triángulo.

Para averiguar la altura cogemos uno de los dos triángulos rectángulos y aplicamos el teorema de Pitágoras



$h^2 = C_M^2 + c_m^2$

$10^2 = C_M^2 + 6^2$

$100 = C_M^2 + 36$

$100 - 36 = C_M^2$

$64 = C_M^2$

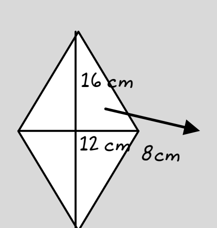
$\sqrt{64} = C_M^2$

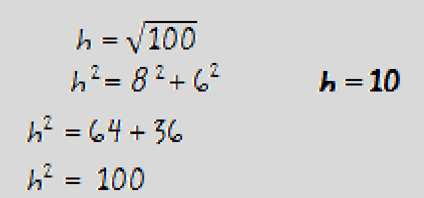
$8 = C_M$

La altura del triángulo isósceles es de 8 cm

3. **Las diagonales de un rombo miden 12 cm y 16 cm respectivamente ¿Cuánto mide su lado?**

Para averiguar el lado del rombo cogemos uno de los cuatro triángulos rectángulos y aplicamos el teorema de Pitágoras





$h^2 = 64 + 36$

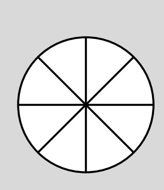
$h^2 = 100$

El lado del rombo vale 10 cm



4.- **Calcula:**

a) Una rueda de radio 20 cm, ¿qué longitud recorre cuando efectúa una vuelta completa?



Longitud de la Circunferencia = $\pi\, 2\, r$

longitud = 3,14 · 2 · 20

longitud = 125,6 cm

Recorre 126, 6 cm en una vuelta completa

b) ¿Cuántas vueltas debe dar la rueda anterior para recorrer 1000 metros?

1. Pasamos de cm a m

126,6 : 100 = 1,266 m

2. Dividimos 1000 m entre 1,266m (que son los metros que recorre en 1 vuelta)

1000 :1,266 = **789,88 vueltas**

Para recorrer 1000m tiene que dar 789,88 vueltas

5.- El nuevo satélite enviado por la NASA orbita la Tierra a 540 Km de altura. Para resolver esta actividad, antes debes saber que el radio de la tierra es de 6368 Km.

a) ¿Qué distancia recorre en cada vuelta?

Longitud de la circunferencia = $\pi \, 2 \, r$

longitud = 3,14 · 2 · 6908

longitud = 43382,24 km

Recorre 43382,24 km en cada vuelta

b) ¿Qué distancia más recorrería si orbitase a 1 Km más alejado?

Ahora órbita a 540 km, si orbitase 1 km más alejado, orbitaría a 541 km y por lo tanto, el radio sería: R= 6368+ 541 = 6909 km

Ahora calculamos la longitud de circunferencia de su órbita

longitud = 3,14 · 2 · 6909 = **43388,52 km**

Recorrería 43388,52 km

6.- Calcula:

a) El área de un rectángulo de base 5 cm y de altura 10 cm.

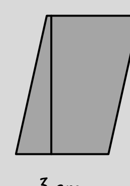
$A = b \cdot h$

$A = 5 \cdot 10$

$A = 50\ cm^2$

El área es 50 cm2

b) Si un paralelogramo tiene un área de 24 cm^2 y su base es de 3 cm, determina la altura del mismo.



$A = b \cdot h$

$24 = 3 \cdot h$

$\frac{24}{3} = h$

$8 = h$

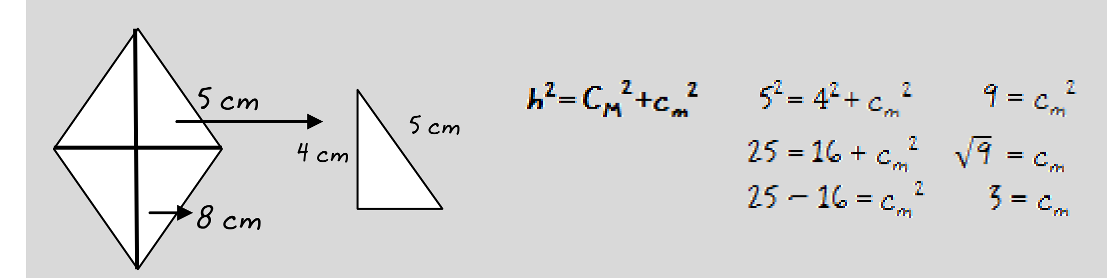
La altura mide 8 cm

7.- A partir de estrategias como las utilizadas hasta ahora justifica cómo podrías calcular el área de un rombo. Si la diagonal mayor mide 8 cm y el lado mide 5 cm, calcula el área del rombo.

Para calcular el área del rombo debemos conocer tanto la *Diagonal mayor* como la *diagonal menor...*

$$A_{rombo} = \frac{D \cdot d}{2}$$

1º. Primero debemos averiguar la diagonal menor y para ello utilizaremos el teorema de Pitágoras.



$$h^2 = C_M^2 + c_m^2$$

$$5^2 = 4^2 + c_m^2$$
$$25 = 16 + c_m^2$$
$$25 - 16 = c_m^2$$
$$9 = c_m^2$$
$$\sqrt{9} = c_m$$
$$3 = c_m$$

2º. Ahora hemos conseguido el cateto menor que es la mitad de la diagonal menor, sólo tenemos que multiplicarlo por dos y ya tenemos la diagonal menor.

$$diagonal_{menor} = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$$

3º. Ahora ya podemos calcular el Área puesto que ya tenemos todos los datos.

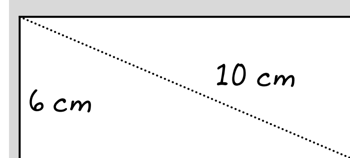
$$A_{rombo} = \frac{D \cdot d}{2}$$
$$A_{rombo} = \frac{8 \cdot 6}{2}$$
$$A_{rombo} = \frac{48}{2}$$

$$A_{rombo} = 24 cm$$

El área del rombo mide 50 cm2

8.- Halla el área de un rectángulo cuya diagonal mide 10 cm y uno de sus lados 6 cm.





1º. Calcularemos la base del rectángulo, aplicando el teorema de Pitágoras a uno de los triángulos resultantes.

$h^2 = C_M^2 + c_m^2$

$10^2 = C_M^2 + 6^2$

$100 = C_M^2 + 36$

$100 - 36 = C_M^2$

$64 = C_M^2$

$\sqrt{64} = C_M$

$8 = C_M$

2º. Ahora que conocemos el lado y la base del rectángulo ya podemos calcular el área.

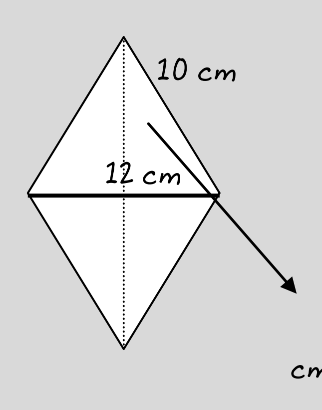
$A = b \cdot h$

$A = 8 \cdot 6$

$A = 48\ cm^2$

El área del rectángulo es de 48 cm2

9.- El lado de un rombo mide 10 cm y su diagonal menor 12 cm. Halla su área.



Para calcular el área del rombo debemos conocer tanto la *Diagonal mayor* como la *diagonal menor*... $A_{rombo} = \frac{D \cdot d}{2}$

1º. Primero debemos averiguar la Diagonal Mayor y para ello utilizaremos el teorema de Pitágoras.

10 cm

cm

6 cm

$h^2 = C_M^2 + c_m^2$

$10^2 = C_M^2 + 6^2$

$100 = C_M^2 + 36$

$100 - 36 = C_M^2$

$64 = C_M^2$

$\sqrt{64} = C_M$

$8 = C_M$

2º. Ahora hemos conseguido el Cateto Mayor que es la mitad de la Diagonal Mayor, sólo tenemos que multiplicarlo por dos y ya tenemos la diagonal Mayor.

$Diagonal_{Mayor} = 8 \cdot 2 = 16\ cm$

3º. Ahora ya podemos calcular el Área puesto que ya tenemos todos los datos.

$A_{rombo} = \frac{D \cdot d}{2}$

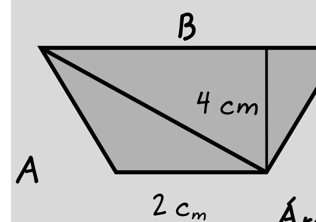
$A_{rombo} = \frac{16 \cdot 12}{2}$

$A_{rombo} = \frac{192}{2}$

$A_{rombo} = 96\ cm^2$

El área del rombo mide 96 cm2

10.- Utilizando la fórmula del área del trapecio, determina la base mayor de un trapecio de altura 4 cm y de superficie 14cm2, sabiendo que la base menor es de 2.



Debemos conocer la fórmula del trapecio para desarrollarla y sustituir las incógnitas por los números que sepamos:

Área del trapecio = Área Triángulo A + Área Triángulo B

$$A_T = \frac{b_A \cdot h_A}{2} + \frac{b_B \cdot h_B}{2}$$

$$14 = \frac{2 \cdot 4}{2} + \frac{b_B \cdot 4}{2}$$

$$14 = \frac{8}{2} + \frac{4b_B}{2}$$

$$14 = 4 + \frac{4b_B}{2}$$

$$14 - 4 = \frac{4b_B}{2}$$

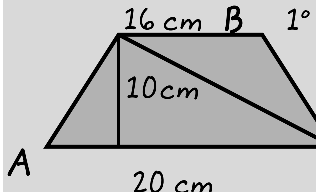
$$2 \cdot 10 = 4b_B$$

$$\frac{20}{4} = b_B$$

$$5 = b_B$$

La base mayor del trapecio vale 5cm

11.- Calcula el área de un trapecio de 10cm de altura y cuyas bases miden 200 mm y 160 mm. Expresa la medida en centímetros cuadrados.



1º Pasamos de mm a cm las cantidades de las bases.

200 :10=20 cm

160 :10=16 cm

2ª Ahora calculamos las áreas de los triángulos A y B y las sumamos para obtener el área del trapecio.

Área del trapecio = Área Triángulo A + Área Triángulo B

$$A_T = \frac{b_A \cdot h_A}{2} + \frac{b_B \cdot h_B}{2}$$

$$A_T = \frac{20 \cdot 10}{2} + \frac{16 \cdot 10}{2}$$

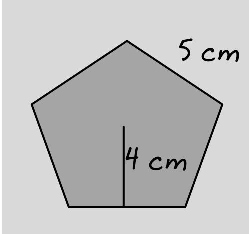
$$A_T = \frac{200}{2} + \frac{160}{2}$$

$$A_T = 100 + 80$$

$$A_T = 180\ cm^2$$

El área del trapecio es de 180 cm^2

12.- Determina el área de un pentágono regular cuyo lado es de 5 cm y cuya apotema vale 4 cm.



$$\text{Área del polígono regular} = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

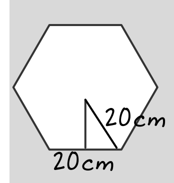
$$A_{pentágono} = \frac{5 \cdot 4}{2}$$

$$A_{pentágono} = \frac{20}{2}$$

$$A_{pentágono} = 10\ cm^2$$

El área del pentágono es 10 cm2

13.- Halla la apotema de un hexágono regular de 20 cm de lado.



Dibujamos un triángulo rectángulo para trabajar con el Teorema de Pitágoras. Debemos recordar que el radio de un hexágono es igual a uno de sus lados; así conseguimos conocer el valor de la hipotenusa del triángulo dibujado.

$h^2 = C_M^2 + c_m^2$

$20^2 = C_M^2 + 10^2$

$400 = C_M^2 + 100$

$400 - 100 = C_M^2$

$\sqrt{300} = C_M$

$\mathbf{17{,}32 = C_M}$

La apotema vale 17,32 cm



14. Calcula el perímetro y el área de un hexágono regular de 8 cm de lado.

8 cm

Perímetro = 8 · 5

Perímetro = 40 cm

Para calcular el área debemos conocer la apotema y para calcular la apotema debemos dibujar un triángulo rectángulo y hacer el Teorema de Pitágoras.

8 cm
4 cm

$h^2 = C_M^2 + c_m^2$

$8^2 = C_M^2 + 4^2$

$64 = C_M^2 + 16$

$64 - 16 = C_M^2$

$48 = C_M^2$

$\sqrt{48} = C_M$

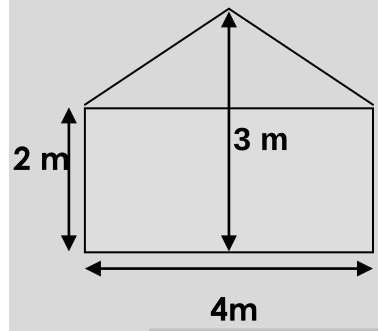
$\mathbf{6{,}92} = C_M =$ Apotema

$$\text{Área polígono regular} = \frac{\text{Perímetro} \cdot \text{apotema}}{2}$$

$$A_{polígono} = \frac{40 \cdot 6{,}92}{2} = \frac{276{,}8}{2} = \mathbf{138{,}4\ cm^2}$$ Es

El área del hexágono es 138,4 cm2

15.-Calcula la superficie de cristal necesaria para cubrir una ventana con la forma y dimensiones que representa la figura:



$A_{rectángulo} = \text{Base} \cdot \text{altura}$

$A_{rectángulo} = 4 \cdot 2$

$A_{rectángulo} = 8\ m^2$

$A_{triángulo} = \frac{b \cdot h}{2}$

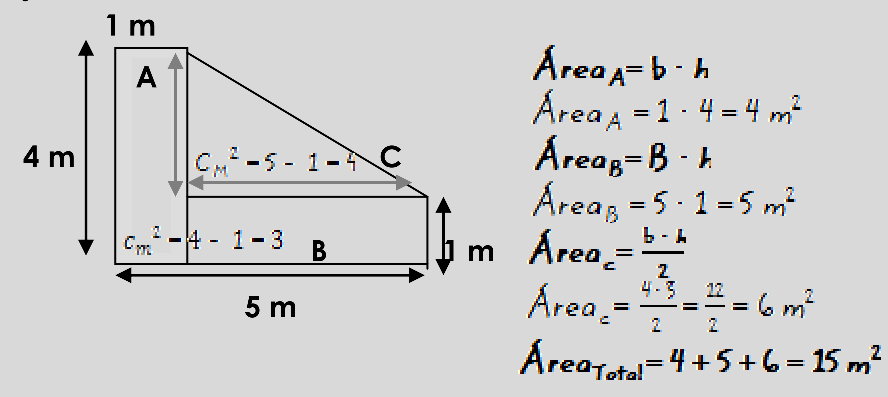
$A_{triángulo} = \frac{4 \cdot 1}{2} = 2\ m^2$

$A_{Total} = A_{rectángulo} + A_{triángulo}$

$A_{Total} = 8 + 2 = 10\ m^2$

La superficie de cristal necesaria para cubrir la ventana es 10 m2

16.- a) Calcula el área del dormitorio cuya forma y dimensiones representa la figura:



El área del dormitorio es 15m2

b) Se quiere poner un rodapié alrededor del dormitorio. ¿Cuántos metros necesito?

Para saberlo debemos de calcular el perímetro, que es la suma de todos los lados. Antes de hallarlo nos falta conocer la medida de uno de los lados (la hipotenusa de la figura C, triángulo).

1º Averiguamos la hipotenusa:

$h^2 = C_M^2 + c_m^2 \longrightarrow C_M^2 = 5 - 1 = 4$ y $c_m^2 = 4 - 1 = 3$

$h^2 = 4^2 + 3^2 \longrightarrow h^2 = 16 + 9 \longrightarrow h^2 = 25 \longrightarrow h = \sqrt{25} \longrightarrow h = 5$

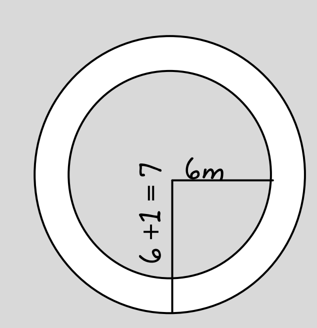
2º Calculamos el Perímetro:

$p = 4 + 5 + 1 + 5 + 1 = \mathbf{16\ m}$

Necesito 16 metros

17.- Un estanque circular de 6m de radio está rodeado por un sendero de 1m de anchura. Halla el área del sendero.





$Área_{corona\ circular} = \pi (R^2 - r^2)$

$A_{Corona} = 3{,}14\ (7^2 - 6^2)$

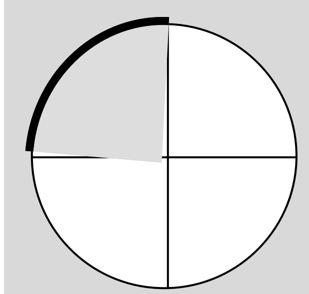
$A_{Corona} = 3{,}14\ (49 - 36)$

$A_{Corona} = 3{,}14\ (13)$

$A_{Corona} = 40{,}82\ m^2$

El área del sendero es de 40,82m2

18.- Se quiere poner césped en la parte sombreada del dibujo que corresponde a una pista de lanzamiento de jabalina. El ángulo del sector sombreado es de 90 grados y el radio 5 metros. ¿Qué superficie será necesario cubrir?



$A_{círculo} = \pi \cdot r^2$

$A_{Círculo} = 3{,}14 \cdot 5^2$

$A_{Círculo} = 3{,}14 \cdot 25$

$A_{Círculo} = 78{,}5\ cm^2$

$A_{sombra} = 78{,}5 : 4$

$A_{sombra} = 19{,}62\ cm^2$

La superficie a cubrir son 19, 62 cm2



19.- Una lata de refresco tiene una altura de 15 cm y el diámetro de la base es de 8 cm.

a) ¿Cuál es el volumen de la lata?

Para calcular el volumen del cilindro debemos calcular primero el área del círculo y como necesitamos el radio lo calculamos a partir del diámetro (8: 2 = 4)



$A_{círculo} = \pi \cdot r^2$

$A_{Círculo} = 3{,}14 \cdot 4^2$

$A_{Círculo} = 3{,}14 \cdot 16$

$A_{Círculo} = 50{,}24\ cm^2$

Volumen = área circulo · altura

$V = 50{,}24 \cdot 15$

$V = 753{,}6\ cm^3$

El volumen es 753,6 cm3

b). Si queremos envasar 1000 l de refresco ¿cuántas latas necesitamos?

1º pasamos de cm^3 a dm^3 (litros)

753,6 : 1000 = 0,753 l

2º Hacemos una regla de tres

Si 0,753 l ———— 1 lata

1000 l ———— x latas

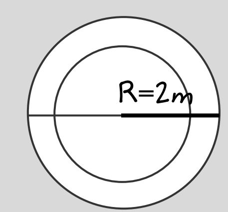
$$x = \frac{1 \cdot 1000}{0{,}753} = \frac{1000}{0{,}753} = 1328{,}02$$

Necesitamos 1328 latas



20.- Se quiere construir un jardín de 1 m de ancho alrededor de una fuente circular de 4 m de diámetro.

A/ ¿Qué superficie ocupa la fuente?



$A_{círculo} = \pi \cdot r^2$

$A_{círculo} = 3{,}14 \cdot 2^2$

$A_{círculo} = 3{,}14 \cdot 4$

$A_{círculo} = 6{,}28\ m^2$

Ocupa 6, 28 m2

B/ Si la profundidad de la fuente es de 0.75 m ¿cuántos litros caben?

Volumen = área círculo · altura

Volumen = $6{,}28 \cdot 0{,}75$

Volumen = $4{,}71\ m^3$

Para saber los litros debemos pasar de m^3 a dm^3

$4{,}71 \cdot 1000 = 4710\ dm^3$

En la fuente caben 9420 litros

C/ Si el metro cuadrado de césped cuesta 12 euros ¿cuánto cuesta cubrir todo el jardín?

$Área_{corona\ circular} = \pi\left(R^2 - r^2\right)$

$Área_{corona\ circular} = 3{,}14\left(3^2 - 2^2\right)$

$Área_{corona\ circular} = 3{,}14\left(9 - 4\right)$

$Área_{corona\ circular} = 3{,}14 \cdot 5$

$Área_{corona\ circular} = 15{,}7 m^2$

$15{,}7 \cdot 12 = 188{,}4$ euros

Cuesta 188,4 euros

D/ Si los paquetes de césped fuesen en paquetes de 7 m^2 ¿cuántos paquetes harían falta comprar para cubrir el jardín?

Jardín = $15{,}7\ m^2$

$15{,}7 : 7 = 2{,}2$

Harían falta comprar 3 paquetes

E/ Se quiere rodear el jardín con una valla ¿cuántos m lineales son necesarios?

Perímetro = $2\pi r$

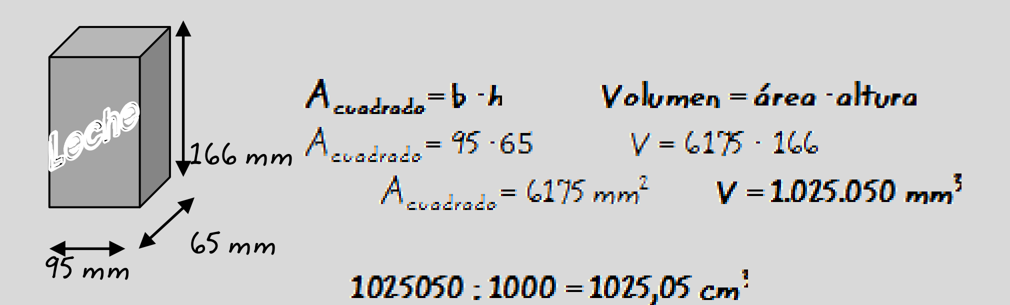
Perímetro = $2 \cdot 3{,}14 \cdot 3$

Perímetro = 18,84 m

Son necesarios 18,84m



21.- Los bricks de leche miden 166 mm, 95 mm y 65 mm ¿cuál es el volumen en cm?

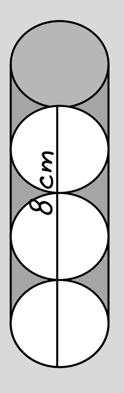


El volumen es 1025,05 cm3



25.- Las pelotas de tenis se envasan en tubos (cilindros) que contienen tres pelotas. Sabiendo que cada pelota tiene un diámetro de 8 cm, calcula:

a) La longitud del cilindro.



Longitud cilindro = 8 · 3

Longitud cilindro = 24 cm

Tiene 24 cm de longitud

b) El volumen del cilindro.

$A_{círculo} = \pi \cdot r^2$

$A_{círculo} = 3,14 \cdot 4^2$

$A_{círculo} = 3,14 \cdot 16$

$A_{círculo} = 50,24\ cm^2$

Volumen = área circulo · altura

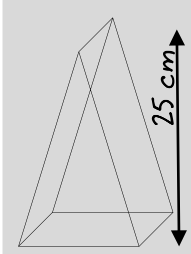
$V = 50,24 \cdot 24$

$V = 1205,76\ cm^3$

El volumen del cilindro es 1205,76 cm3

26.- Una pirámide cuadrada tiene por perímetro de la base 60 cm. Calcula el volumen si la altura es de 25 cm.





1. Para conocer el volumen debemos primero calcular el área del cuadrado y para calcular el cuadrado primero debemos conocer lo que miden sus lados. Los lados los calculamos a partir del perímetro.

$$60 \text{ cm} : 4 \text{ lados} = 15 \text{ cm}$$

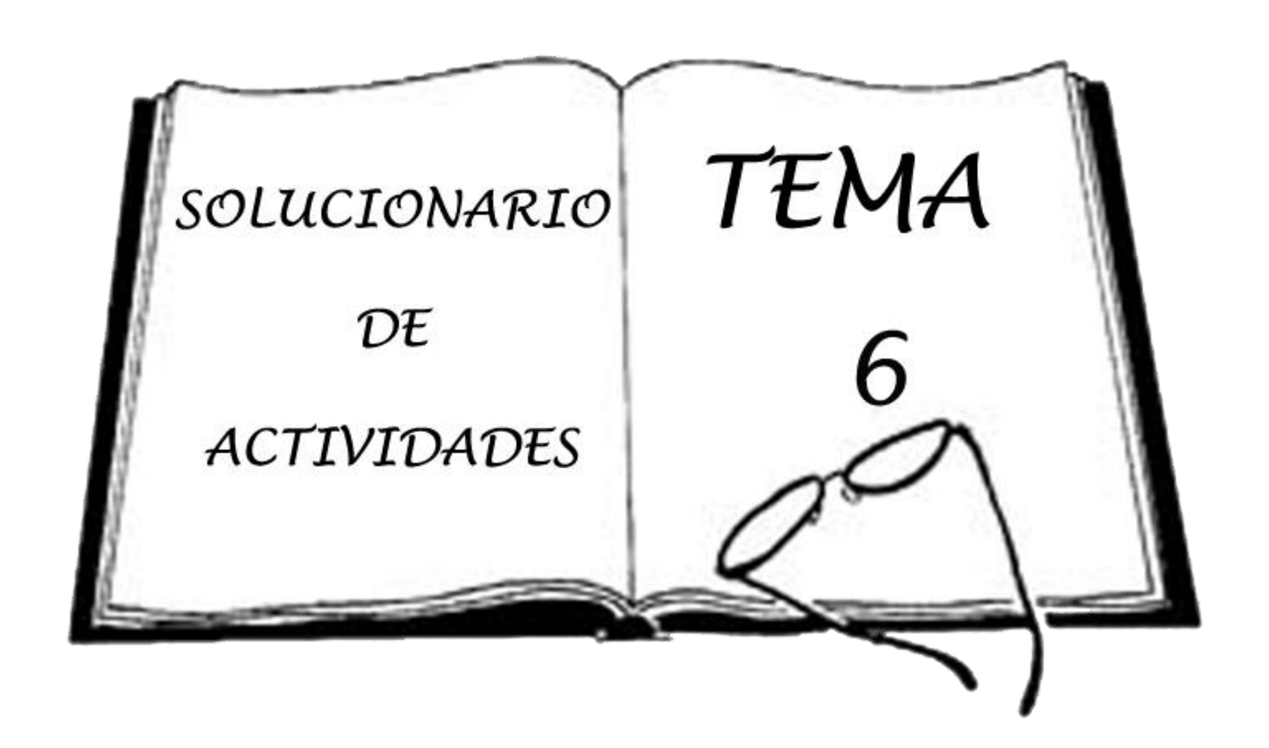
2. Ahora calculamos el área.

$$A = l \cdot l \qquad A = 15 \cdot 15 \qquad A = 225 \text{cm}^2$$

3. Por último calculamos el volumen

$$V = \frac{A_{cuadrado} \cdot altura}{3} \qquad V = \frac{225 \cdot 25}{3} \qquad V = \frac{5625}{3} \qquad V = 1875 \text{cm}^3$$

El volumen es 1875cm3





1.- Hemos realizado un estudio sobre el número de hijos que tiene una familia. Para ello se tomó como muestra un total de 50 familias, obteniéndose el resultado que aparece en la tabla.

x (nº hijos)	f
0	9
1	12
2	18
3	6
4	3
5	2

a) El número de hijos, ¿qué tipo de variable es? ¿Por qué?

Es una variable cuantitativa porque se puede medir y discreta porque nunca podrán ser números decimales.

b) ¿Qué tanto por ciento de las 50 familias tienen dos hijos?

Si… 100% ———— 50 f

X % ———— 18 f

$x = \frac{100 \cdot 18}{50} = \frac{1800}{50} = 36\ \%$

El 36% de las familias tienen 2 hijos

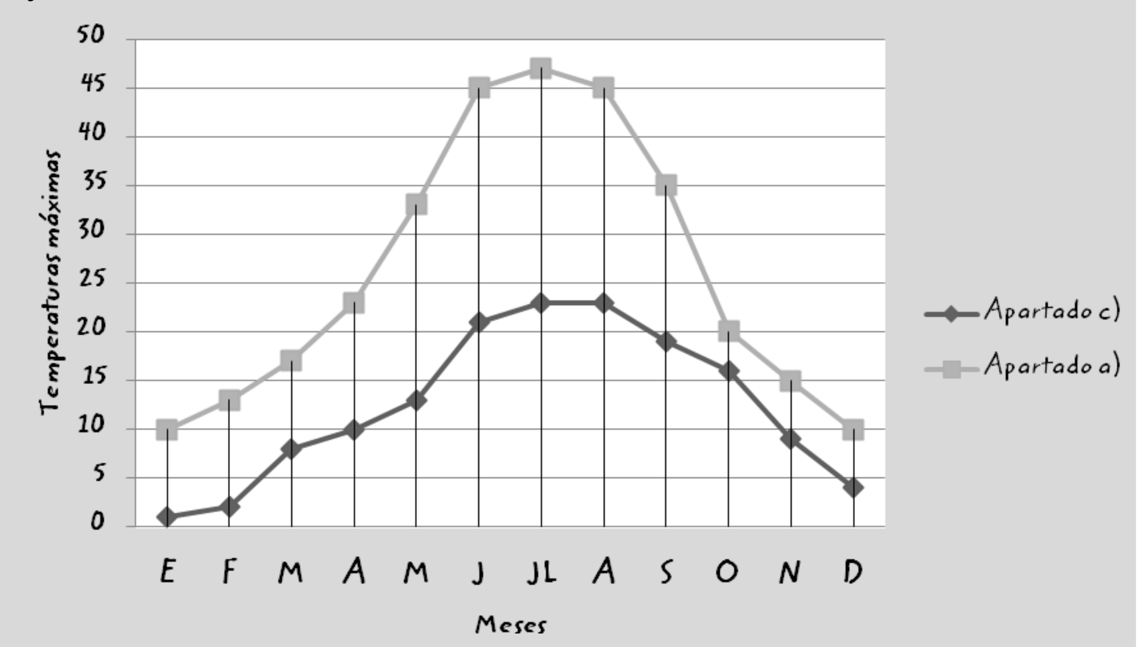
c) ¿Cuál es la media? ¿Y la moda?

X_1 (nº hijos)	F_1	$X_1 \cdot f_1$
0	9	0
1	12	12
2	18	36
3	6	18
4	3	12
5	2	10
	50	88

$\overline{x} = \frac{88}{50} = \mathbf{1,76}$

La media es de 1,76 hijos por familia y la moda es 2

2.- El siguiente gráfico representa las temperaturas máximas mensuales registradas durante un año en una determinada ciudad



a) Confecciona una tabla con los valores de la gráfica anterior.



Meses	E	F	M	A	M	J	JL	A	S	O	N	D
Temperaturas Máximas	10	13	17	23	33	45	47	45	35	20	15	10

b) ¿Cuál es la temperatura máxima?

47ºC en Julio



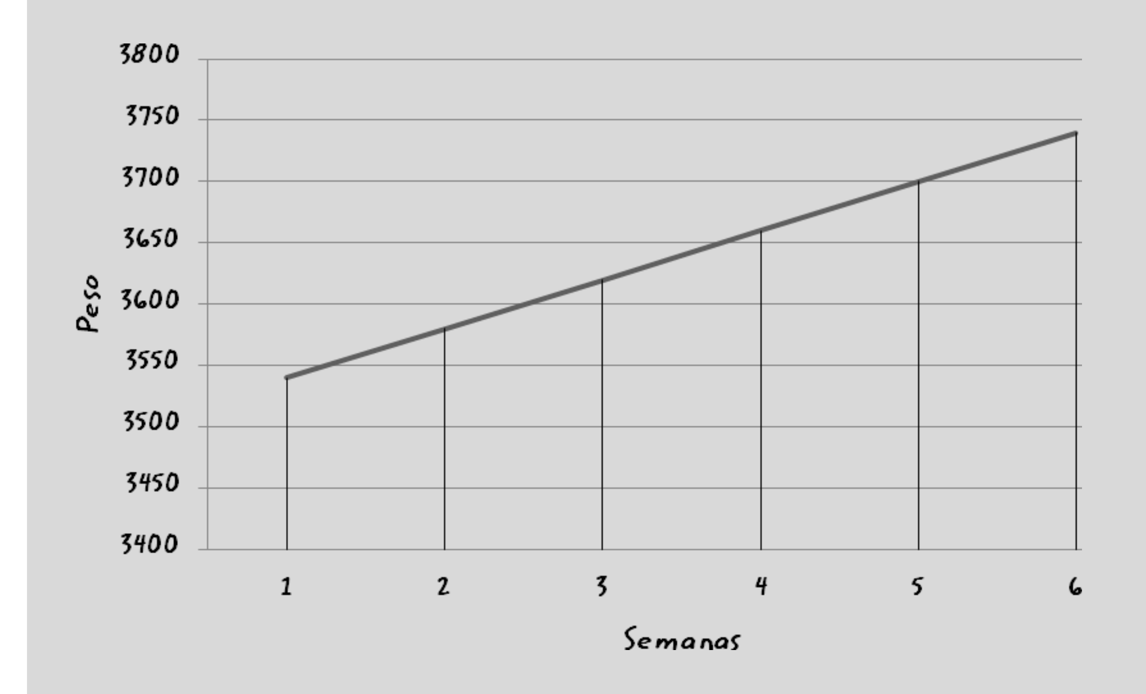
c) Representa en la gráfica anterior con boli azul, la evolución de las temperaturas mínimas registradas en esa misma ciudad.

Meses	E	F	M	A	M	J	JL	A	S	O	N	D
Temperaturas Máximas	1	2	8	10	13	21	23	23	19	16	9	4

3. Un bebe al nacer pesó 3500 gramos. Si gana peso a razón de 40 g semanales, completa la siguiente tabla:

Semana	0	1	2	3	4	5	6
Peso	3500	3540	3580	3620	3660	3700	3740

a) Representa graficamente los datos de la tabla anterior:

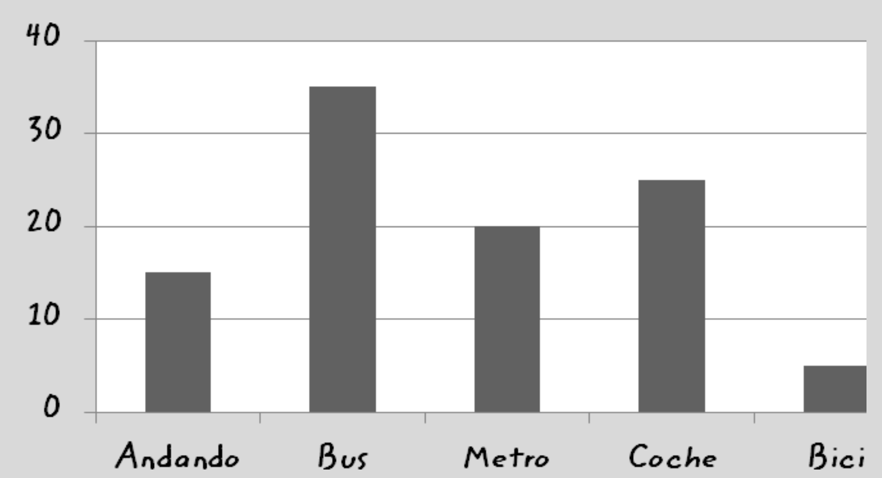


b) Obtén la fórmula que da el peso del bebé en función del número de semanas de vida.

$y = 3500 + 40x$

La incógnita "y" representa el peso del bebe y la incógnita "x" representa el nº de semanas

4. Se ha preguntado a todos los empleados de una empresa el medio de transporte que utilizan asiduamente para ir a trabajar. El resultado es este:



a) ¿Qué nombre recibe el diagrama anterior?

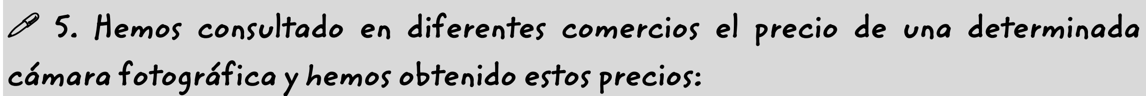
Diagrama de barras

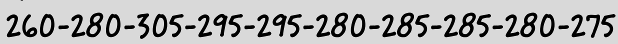
b) ¿Cuántos empleados de la empresa van en bus? 35 empleados

c) ¿Cuántos empleados tiene la empresa? 100 empleados

d) ¿Cuál es el porcentaje de los que utilizan el metro como medio de transporte para ir a trabajar?

El 20% utiliza el metro


5. Hemos consultado en diferentes comercios el precio de una determinada cámara fotográfica y hemos obtenido estos precios:


260-280-305-295-295-280-285-285-280-275

Calcula la media y la moda de esos precios

$$\bar{x} = \frac{260+280+305+295+295+280+285+285+285+280+275}{10} = \frac{2840}{10} = 284$$

Moda: 280

La media son 284 euros y la moda 280 euros



6. Un grupo de amigas deciden ponerse juntas a régimen de adelgazar. En el momento de empezar sus pesos son:

80, 77, 76, 62, 68, 71, 67, 71

a) ¿Cuál es el peso medio de las amigas?

$$\bar{x} = \frac{80+77+76+62+68+71+67+71}{8} = \frac{572}{8} = \mathbf{71{,}5\ kg}$$

El peso medio es de 71,5kg

b) ¿Y la moda? La moda es 71 kg



7. Cuatro amigos juegan a la lotería todas las semanas. Durante 8 semanas estos han sido los resultados:

-3.000, -3.000, +10.000, +5.000, -6.000, -1.000, +5.000, +3.000

Teniendo en cuenta que los valores negativos representan pérdidas y los positivos ganancias,

a) Calcula el promedio de ganancias entre los cuatro en estas ocho semanas.

$$x = \frac{10000+5000+5000+3000-3000-3000-6000-1000}{8} = \frac{10000}{8} = \mathbf{1250}\ e$$

Ganan de media 1250 euros semanales

b) ¿Y cada uno?

$$x = \frac{1250}{4} = \mathbf{312{,}5}\ e$$

Cada uno gana 312,5 euros de media a la semana



8. la siguiente tabla da el número de alumnos que han acabado sus estudios en la Universidad de Valencia, durante el curso 96/97:

	Mujeres	Hombres	Total
Arquitectura	109	234	343
Informática	84	231	315
Industriales	102	273	375
Agrícola	106	149	255
Totales	401	887	1288

a. Si seleccionamos uno al azar del total del alumnado, calcula la probabilidad de que sea mujer.

$P(a) = \frac{N^{\circ}\ casos\ favorables}{N^{\circ}\ casos\ posibles}$ $P(mujer) = \frac{401}{1288} = \mathbf{0{,}31}$

Hay una probabilidad de 0,31

b. Si seleccionamos uno al azar del total del alumnado de informática, calcula la probabilidad de que sea mujer. ¿y de que sea hombre?

$P(m.\ informática) = \frac{84}{315} = \mathbf{0{,}26}$ Hay una probabilidad de 0,26 de que sea mujer

$P(h.\ informática) = \frac{231}{315} = \mathbf{0{,}73}$ Hay una probabilidad de 0,73 de que sea hombre

9. ¿Cuál es la probabilidad de que ocurran los siguientes sucesos, al lanzar un dado?

a) Salir el número 3.

$P(n^{\circ}\ 3) = \frac{1}{6} = \mathbf{0{,}16}$ Hay una probabilidad de 0,16 de que salga el número 3

b) Salir un número par.

$P(n^{\circ}\ par) = \frac{3}{6} = \mathbf{0{,}5}$ Hay una probabilidad de 0,5 de que salga un número par

c) Salir un número mayor que 1.

$P(n^{\circ} > 1) = \frac{5}{6} = \mathbf{0{,}83}$ Hay probabilidad de 0,83 de que salga un nº mayor que uno

d) Salir el número 8.

$P(n^{\circ}\ 8) = \frac{0}{6} = \mathbf{0}$ No hay ninguna probabilidad de que salga el nº 8

e) Salir un número menor que 5.

$P(n^{\circ}\ 5) = \frac{4}{6} = \mathbf{0{,}66}$ Hay una probabilidad de 0,66 de que salga un nº menor que 5



10. Hemos consultado el precio (en euros) de un determinado lector de DVD en 8 establecimientos diferentes. Los datos obtenidos son: 146, 152, 141, 141, 148, 141, 149, 158

Calcula:

a) La media.

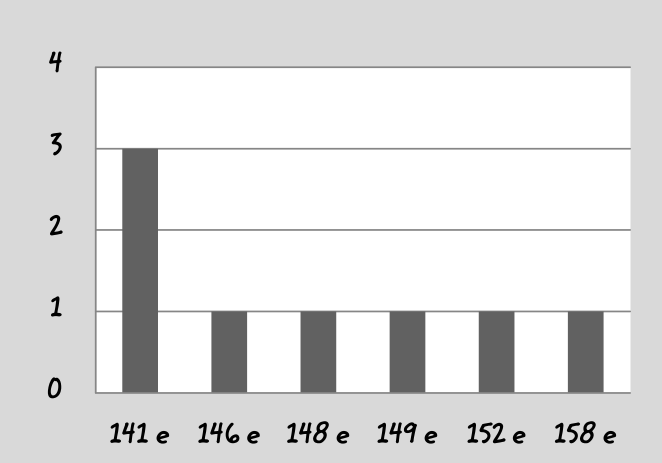
$$\overline{x} = \frac{146 + 152 + 141 + 141 + 148 + 141 + 149 + 158}{8} = \frac{1176}{8} = 147$$

La media es de 147 euros

b) La moda. La moda es de 141 e

c) Haz una tabla de frecuencias y dibuja un diagrama de barras.

X_1 (precio DVD)	F_1
141	3
146	1
148	1
149	1
152	1
158	1





11. En una bolsa tenemos 5 bolas blancas, 3 bolas rojas y 2 azules. Extraemos 2 bolas,

a) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas, si después de ver la primera bola se vuelve a introducir en la bolsa? (con reemplazamiento).

$$\text{Total bolas}: 5 + 3 + 2 = 10 \text{ bolas} \qquad P(\text{rojas}) = \frac{3}{10}$$

$$P(2 \text{ b. rojas con remplaz}) = \left(\frac{3}{10}\right) \cdot \left(\frac{3}{10}\right) = 0,3 \cdot 0,3 = \mathbf{0,09}$$

La probabilidad de que las dos sean rojas es de 0,09

b) ¿Cuál es la probabilidad de que las dos sean rojas, si después de ver la primera bola no se vuelve a introducir en la bolsa? (sin reemplazamiento)

$$P(2 \text{ rojas sin remplaz}) = \left(\frac{3}{10}\right) \cdot \left(\frac{2}{9}\right) = 0,3 \cdot 0,22 = \mathbf{0,0\widehat{6}}$$

La probabilidad de que las dos sean rojas es de $0,0\widehat{6}$



12. La siguiente tabla muestra la incidencia de lectura de periódicos en hombres y mujeres. La muestra ha sido tomada a 500 personas.

a) Completa esta tabla:

	Hombres	Mujeres	Total
Leen	119	84	203
No leen	122	175	297
Total	241	259	500

b) Calcula la probabilidad de que una persona elegida sea mujer y lectora.

$P = \frac{84}{500} = \mathbf{0,16}$

Hay una probabilidad de 0,16 de que elijamos a una mujer y que además sea lectora



13. En una clase hay 15 chicas y 10 chicos. De todos ellos, 16 están en el taller de matemáticas, y se sabe que hay 4 chicos que no están en dicho taller. De acuerdo con esta información, completa la tabla:

	Taller	No taller	Total
Chicas	10	5	15
Chicos	6	4	10
TOTAL	16	9	25



14. El número de hijo de 10 familias es el siguiente:

5, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 4

a) ¿Cuál es el número medio de hijos?

$\bar{x} = \frac{5+2+0+2+3+1+2+3+1+4}{10} = \frac{23}{10} = \mathbf{2,3}$

En número medio de hijos es 2,3

b) Calcula la moda de esta muestra.

La moda es 2

Y ahora te deseamos...

Mucha suerte para el examen

